

〈一般研究課題〉 集合住宅および家庭内の廃熱回収型新発電システムの
実用化に関する研究

助成研究者 大同大学 佐藤 義久



集合住宅および家庭内の廃熱回収型新発電システムの 実用化に関する研究

佐藤 義久
(大同大学)

Study on the Domestic exhaust-heat recovery type power generation system with Shape Memory Alloy Engine

Yoshihisa SATO
(Daido University)

Abstract

The purpose of this research is to improve the rotation mechanism theory of the SMA engine. The main results obtained by this research are as follows. After having taken the bending moment into consideration and having incorporated that into the rotation mechanism theory, we have stepped up to the next level of accuracy. According to our modified theory, we will be able to calculate the predicted values of rotation speed ω and output power P with higher accuracy. We designed and assembled a large-sized equipment which allowed us to measure the rotation speed and the torque simultaneously. We compared the experimental values of the output power with the theoretical values, and partially verified the validity of the theory. We obtained the maximum output power 3.74W.

1. はじめに(研究目的)

我々は単純プーリー型SMAエンジン^{(1),(2),(3)}の回転角速度 ω [sec⁻¹], 出力 P [W]をSMAベルトの形状, 寸法, ヤング率, SMAエンジンの高温輪, 低温輪の半径のみから理論的に予測することを試み, SMAベルトのひずみエネルギーとSMAエンジンの回転エネルギーのバランスから出力特性を数式で表すことに世界で初めて成功した(4)。回転角速度 ω に関する微分方程式を導出し, その時定数 t をSMAベルトがSMAエンジンを一周する時間, $\tau = L \div R \omega$ と見直し, 回転角速度 ω を予測する式

の中にSMAベルトの長さ L を取り込んだ^{(5),(6)}。さらに，“振動モード”によるSMAエンジンの回転の様子を高速カメラを用いて詳細に観察し直した結果，SMAベルトが真っ直ぐになるときの曲げモーメント M の反作用は回転力として作用するが，引き戻されるときの回転モーメント M' は回転を妨げる方向に作用することが分かった。また，新たに考案した実験手法に基づき，時定数 τ をSMAベルトがSMAエンジンを n 回周回する時間 $\tau = nL \div R \omega_{\max}$ と見直すことにより，微分方程式を導く際に導入した(出力+損失)の比例定数 k が，時定数 τ の中の未知数 n に置き換わり，未知の比例定数 k を装置の回転角速度が一定になるまでの周回数 n を測定することにより決定できることになり，実験結果をより合理的に説明出来るようになった。以上のとおり，本研究の目的は，SMAエンジンの回転角速度 ω と出力 P を予測する理論式をより正確に導き，回転角速度 ω とトルク T [N・m]を同時測定可能な実験装置を設計製作し，見直した理論の妥当性を実験的に検証し，従来の研究成果をさらに改善・発展させることである。

2. 主な記号

- R : 低温輪の半径 [cm]
 - r : 高温輪の半径 [cm]
 - d : SMAベルトの直径 [mm]
 - E_1 : SMAベルトの高温域のヤング率 [GPa]
 - E_2 : SMAベルトの低温域のヤング率 [GPa]
 - M : SMAベルトの曲げモーメント [N・m]
 - M_h : 高温輪の回転モーメント [N・m]
 - M_L : 低温輪の回転モーメント [N・m]
 - t : SMAベルトの温度 [°C]
 - I : SMAベルトの断面二次モーメント [m⁴]
 - ω_1 : 高温輪の回転角速度 [sec⁻¹]
 - ω : 低温輪の回転角速度 [sec⁻¹]
 - P : SMAエンジンの出力 [W]
 - J_1 : 高温輪の慣性モーメント [kg・m²]
 - J_2 : 低温輪の慣性モーメント [kg・m²]
 - L : SMAベルトの長さ [m]
 - T : 出力輪(低温輪)のトルク [N・m]
 - k : 出力+損失の比例定数 [N・m・sec]
 - n : SMAベルトの周回数
- MPP : Maximum Power Point (最大出力点)

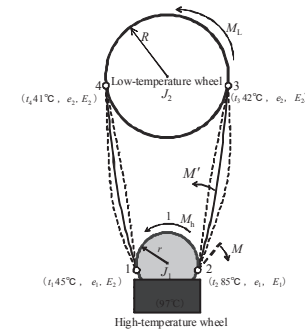


Fig.1 The symbols of experiment equipment

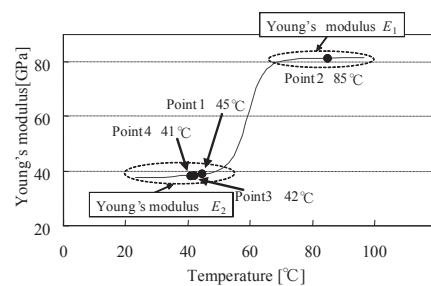


Fig.2 Relation between Young's modulus and temperature

3. 研究の経緯

SMAエンジンを用いた排熱回収型新発電システムの研究開発を目指し，著者等は，SMAエンジンの回転角速度 ω ，出力 P をSMAベルトの形状・寸法・高温域および低温域のヤング率，SMAエンジンの高温輪および低温輪の半径等の外形諸量のみから理論的に予測することを試み，SMAベル

トのひずみエネルギーとSMAエンジンの回転エネルギーのバランスから出力特性を数式で表すことに成功した⁽⁴⁾。第2報⁽⁵⁾および第3報⁽⁶⁾では、SMAベルトのひずみの分布を考慮してひずみエネルギーを正確に算出し、またエネルギーバランスより回転角速度 ω に関する微分方程式を導出し、その時定数 t をSMAベルトがお湯につかり温まり、SMAエンジンを一周する時間として、 $\tau=L\div R\omega$ を導入した。本見直しにより、回転角速度 ω を予測する式の中にSMAベルトの長さ L を含むSMAエンジンの外形諸量がほぼ全て取り込め、実験結果をより合理的に説明することができるようになった。その後、“振動モード”によるSMAエンジンの回転の様子を高速度カメラ(1200コマ/秒)を用いて詳細に観察し直した結果、SMAベルトが真っ直ぐになるときの曲げモーメント M の反作用は回転力として作用するが、引き戻されるとき回転モーメント M' は回転を妨げる方向に作用することが分かった。つまり、回転モーメント M_n はそれらの差、即ち $M_n=M-M'$ となることが判明した。引き戻されるとき回転モーメント $M'=E'I/r$ に含まれるヤング率 E' は点2と点3におけるヤング率 E_1, E_2 の平均値とみなした。さらに、時定数 τ をSMAベルトがSMAエンジンを n 回周回する時間、すなわち、 $\tau=nL\div R\omega$ と従来の n 倍に見直した。SMAエンジンが一定速度で回転している状態で、SMAベルトを強制的に一瞬停止させ、そこから元の一定の回転角速度に戻るまでの時間を測定する実験方法を考案した。時定数を $\tau=nL\div R\omega$ と置くことは、微分方程式を導く際に導入した(出力+損失)の比例定数 k が、時定数 τ の中の未知数 n として置き換わったことになる $\{\tau=(J_1(R/r)^2+J_2)/k=nL/R\omega\}$ 。したがって、装置固有の未知数である比例定数 k を回転角速度が一定になるまでにSMAベルトが装置を周回する周回数 n で置き換え、それを測定することで比例定数 k を決定できることになる。以上述べたように、今回の見直しにより、従来の理論は大幅に改善され、実験結果をより合理的に説明出来るようになった。本研究の目的は、SMAエンジンの回転メカニズム理論において、回転モーメントの項および時定数を見直し、SMAエンジンの回転角速度 ω と出力 P を予測する理論式をより正確に導き、さらに、回転角速度 ω とトルク T を同時測定可能な実験装置を設計製作し、見直した理論の妥当性を実験的に検証し、従来の研究成果をさらに改善・発展させることである。

4. 形状記憶合金エンジンの回転メカニズム

従来、SMAエンジンの回転力はSMAベルトの左右の張力差によって発生すると考えられていたが、我々はSMAエンジンの実験装置を設計製作し、その動きを詳細に観察した結果、SMAベルトの振動に起因する回転メカニズムが存在することを発見した⁽⁴⁾。すなわち、図1に示すようにSMAベルトは点1(t_1)で高温輪に接触して曲げられ、熱を受けながら回転し、点2(t_2)で高温(SMAベルトの変態温度)になり元のまっすぐな形状に戻ろうとする。この時の曲げモーメントが作用反作用の原理により高温輪を蹴り、回転モーメント M_n を発生させる。SMAベルトは点2で元のまっすぐな形状に戻ろうとするが、ループ状に接続されているため低温輪側に引き戻される。これを繰り返し、振動しながら回転しているのではないかと考えた。また、SMAベルトは空冷および低温輪で冷却され、点3(t_3)、点4(t_4)で冷え切り、常温になる。各点の温度が図2に示す $t_2 \gg t_1, t_3, t_4$ の条件を満たすようにSMAベルトが自然空冷される長さを決め、SMAベルトのひずみエネルギーの吸収と放出という観点からSMAエンジンの回転メカニズムを解明する。点2におけるSMAベルトの曲げモーメント M は材料力学より、

$$M = \frac{E_1 I}{r} \quad (1)$$

ただし、 E_1 はSMAベルトのヤング率、 I はSMAベルトの断面二次モーメントであり、断面形状が直径 d の丸線の場合、

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad (2)$$

式(1)の曲げモーメントが回転力の源となる。一方、SMAベルトは点2～点3の間において引き戻され、このとき図3に示すように逆に回転を抑制する方向に力が働き、その曲げモーメント M' は

$$M' = \frac{E' I}{r} \quad (3)$$

つまり、SMAエンジンの回転モーメント M_h は次式となる。

$$M_h = M - M' \quad (4)$$

ただし、SMAベルトが点2～点3で引き戻されるときのヤング率 E' は点2のヤング率 E_1 、点3のヤング率 E_2 の平均値とみなした。つまり

$$E' = \frac{E_1 + E_2}{2} \quad (5)$$

したがって、高温輪の回転モーメント M_h は

$$M_h = M - M' = \frac{(E_1 - E_2) I}{2r} \quad (6)$$

となる。以上が今回、回転メカニズム理論を見直した主要ポイントである。

また、低温輪の回転モーメントを T とすると、 $M_h/r = T/R$ であるから

$$T = \frac{R}{r} M_h = \frac{R(E_1 - E_2) I}{2r^2} \quad (7)$$

SMAエンジンの出力 P は回転モーメント(回転トルク)と回転角速度の積として求められるので

$$P = \omega T = \omega_1 M_h = \frac{\omega R(E_1 - E_2) I}{2r^2} \quad (8)$$

となる($r\omega_1 = R\omega$)。

5. 形状記憶合金エンジンの回転角速度

5-1 SMAベルトのひずみエネルギー

SMAエンジンの各部分に作用する力の関係に関する方程式は非常に複雑であるが、SMAエンジンのエネルギーバランスを考えると、回転角速度に関する微分方程式を容易に導くことができる。SMAベルトは点2、点3、点4、点1の各点においてひずみエネルギーを放出あるいは吸収するが、これらの差がSMAエンジンの回転エネルギーの源となる。各点のひずみエネルギーを整理すると以下の通りとなる。

(1) 点2 (ヤング率 E_1 , ひずみ ϵ_1 , エネルギー放出)

点2でSMAベルトは変態温度に達しヤング率は E_1 になり、SMAベルトはまっすぐになり、エ

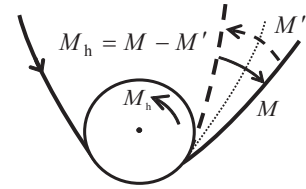


Fig.3 Relation between bending moment and rotation moment

エネルギーを放出する。これがすべての回転エネルギー源となる。

(2) 点3 (ヤング率 E_2 , ひずみ ε_2 , エネルギー吸収)

点3に達するまでにSMAベルトは自然空冷され、ヤング率は E_2 となる。点3でSMAベルトは曲げられ、ひずみエネルギーを貯えるが、SMAエンジンの回転エネルギーの観点からはエネルギーの吸収となる。

以下同様に、

(3) 点4 (ヤング率 E_2 , ひずみ ε_2 , エネルギー吸収)

(4) 点1 (ヤング率 E_2 , ひずみ ε_1 , エネルギー吸収)

以上説明した各点におけるSMAベルトのひずみエネルギーは単位体積あたりのひずみエネルギーにSMAベルトが単位時間あたりに移動する体積を掛け合わせたものとして求めることができるので、次式で求められる。

$$W = \int_0^{\frac{d}{2}} \underbrace{\frac{1}{2} E \left(\frac{x}{r} \right)^2}_{\text{単位体積あたりのひずみエネルギー}} \cdot \underbrace{2\pi x dx}_{\text{断面積}} \cdot \underbrace{r\omega_1}_{\text{速度}} \quad (9)$$

式(9)より、点2における直径 d の丸線SMAベルトのひずみエネルギーは

$$W_2 = \frac{1}{2} E_1 \cdot \frac{2\pi}{r^2} \cdot r\omega_1 \int_0^{\frac{d}{2}} x^3 dx = \frac{E_1 \pi d^4}{64 r^2} \cdot r\omega_1 \quad (10)$$

となる。同様に点3, 点4, 点1のひずみエネルギー W_3, W_4, W_1 は表1の通りとなる。

Table.1 Strain energy of SMAbelt.

Point	Young's modulus /temperature	strain	Strain energy
			$\frac{d}{2}$: diameter
2	$E_1/85^\circ\text{C}$	ε_1	$W_2 = \frac{E_1 \pi d^4}{64 r^2} \cdot r\omega_1$
3	$E_2/42^\circ\text{C}$	ε_2	$W_3 = \frac{E_2 \pi d^4}{64 R^2} \cdot R\omega$
4	$E_2/41^\circ\text{C}$	ε_2	$W_4 = \frac{E_2 \pi d^4}{64 R^2} \cdot R\omega$
1	$E_2/45^\circ\text{C}$	ε_1	$W_1 = \frac{E_2 \pi d^4}{64 r^2} \cdot r\omega_1$

$$r\omega_1 = R\omega$$

5-2 回転角速度に関する微分方程式

エネルギーバランスからSMAエンジンの回転角速度に関する微分方程式を立てる。時間 Δt の間にSMAエンジンが得るエネルギーは $(W_2 - W_3 - W_4 - W_1) \Delta t$ となり、その値は表1より、

$$\frac{\pi d^4}{64} \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right) R\omega \cdot \Delta t \quad (11)$$

となる。

一方、時間 Δt の間的高温輪・低温輪の運動エネルギーの増加を求めると

$$\frac{1}{2} J_1 (\omega_1 + \Delta\omega_1)^2 + \frac{1}{2} J_2 (\omega + \Delta\omega)^2 - \left(\frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega^2 \right) = \frac{1}{2} J_1 \left(\frac{R}{r} \right)^2 (2\omega \cdot \Delta\omega + \Delta\omega^2) + \frac{1}{2} J_2 (2\omega \cdot \Delta\omega + \Delta\omega^2) \quad (12)$$

SMAエンジンのエネルギーバランスは、SMAエンジンが得るひずみエネルギー=高温輪・低温輪の運動エネルギーの増加分+(出力+損失)であるので、出力+損失を回転角速度の2乗に比例すると考え $k\omega^2 \Delta t$ とし、2次以上の高次の項を無視すると

$$\frac{\pi d^4 R}{64} \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right) \omega \Delta t = \left\{ J_1 \left(\frac{R}{r} \right)^2 + J_2 \right\} \omega \cdot \Delta\omega + k\omega^2 \Delta t \quad (13)$$

両辺を $\omega \Delta t$ で割り、 $\Delta t \rightarrow 0, \Delta\omega \rightarrow 0$ の極限をとると、回転角速度に関する次の微分方程式が得られる。

$$\frac{\pi d^4 R}{64} \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right) = \left\{ J_1 \left(\frac{R}{r} \right)^2 + J_2 \right\} \frac{d\omega}{dt} + k\omega \quad (14)$$

式(14)を解くと、

$$\omega = \frac{\pi d^4 R}{64} \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right) \cdot \left\{ 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right\}, \quad \tau = \frac{J_1 \left(\frac{R}{r} \right)^2 + J_2}{k} \quad (15)$$

ここで、十分時間が経った後の回転角速度を ω_{\max} とおくと、

$$\omega_{\max} = \frac{\pi d^4 R \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right)}{64 \left\{ J_1 \left(\frac{R}{r} \right)^2 + J_2 \right\}} \cdot \tau \quad (16)$$

式(16)において時定数はSMAベルトがSMAエンジンを n 回周回する時間、すなわち

$$\tau = L \div R\omega_{\max} \times n = nL / R\omega_{\max} \quad (17)$$

ただし、 L : SMAベルトの長さ、 $R\omega_{\max}$: SMAベルトの回転速度、 n : SMAエンジンの回転角速度が一定になる周回数と考えると、

$$\omega_{\max} = \frac{\pi d^4 R r^2 \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right)}{64 (J_1 R^2 + J_2 r^2)} \cdot \frac{nL}{R\omega_{\max}}$$

$$\therefore \omega_{\max} = \sqrt{\frac{n \pi d^4 L r^2 \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right)}{64 (J_1 R^2 + J_2 r^2)}} \quad (18)$$

次に、SMAエンジンの回転角速度が一定になる周回数 n について考察する。

一定速度で回転中のSMAエンジンを一瞬止め、再度回転させてからのSMAエンジンの回転角速度 ω と時間 t の関係は、 $d=2\text{mm}$ の場合、図4に示すとおりとなった。図4より、SMAエンジンの回転角速度 ω が一定の収束値(図4では $\omega 16.15 [\text{sec}^{-1}]$)の63.2% ($1 - e^{-1}$) に達するまでの時間は、 $t_0 = 7.7\text{sec}$ であり、その間に低温輪を通過するSMAベルトの長さは $\int_0^{t_0} R\omega(t)dt$ となる。

一方、その間にSMAベルトがSMAエンジンを n 回周回するので次式が成立する。

$$\int_0^{t_0} R\omega(t)dt = nL \quad (19)$$

式(18)の左辺の値は図4の $\omega - t$ 曲線を積分することで求められる。図4の網掛け部分の面積より、 $\int_0^{t_0} \omega(t)dt = 58.53$ となる。したがって、

$$n = \frac{R}{L} \int_0^{t_0} \omega(t)dt = \frac{0.31 \times 58.53}{5.75} = 3.16 \div 3$$

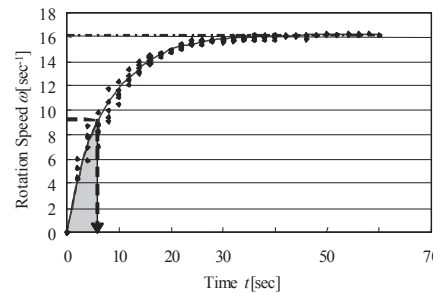


Fig.4 Relation between ω and t

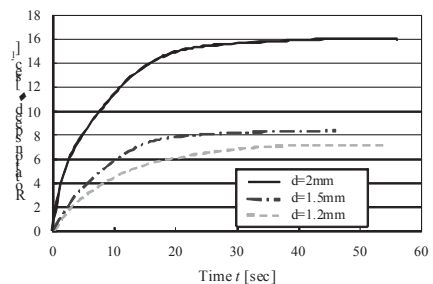


Fig.5 Relation between ω and t

以上より、SMAエンジンの回転角速度が一定になる周回数 n を $n=3$ と決定した。

SMAベルトの直径を $d=1.2\text{mm}$ 、 $d=1.5\text{mm}$ 、 $d=2\text{mm}$ と変化させた場合の実験結果を図5に示す。同様に n の値を求めると以下のとおりとなる。

$$d=1.2\text{mmのとき, } t_0=11\text{sec, } n = \frac{R}{L} \int_0^{t_0} \omega(t)dt = \frac{0.31 \times 34.95}{5.75} = 1.88 \approx 2$$

$$d=1.5\text{mmのとき, } t_0=9\text{sec, } n = \frac{R}{L} \int_0^{t_0} \omega(t)dt = \frac{0.31 \times 35.64}{5.75} = 1.92 \approx 2$$

SMAベルトの直径が異なる3種類の実験で、 n の値は若干異なるが、 n は回転角速度を予測する理論式の中において平方根で効いてくると、以降の実験では最大出力が得られる直径 $d=2\text{mm}$ のSMAベルトを用いるので、 $n=3$ を採用することとした。

6. 予備実験(SMAベルトの最適長さの決定)

高出力実験装置は低温輪に自転車の車輪(26インチ)を応用し、より実機に近い従来装置の約2倍の大きさの大型実験装置とした。予備実験では図1に示す点3、点4、点1の温度が自然空冷で図2に示す関係を満たし、かつ回転角速度が最大となるSMAベルトの最適長さを決める。予備実験装置の概念図を図6示す。低温輪 $R=31\text{cm}$ 、高温輪 $r=10\text{cm}$ と固定し、SMAベルトの長さを $L=5.25\text{m}$ 、 5.5m 、 5.6m 、 5.75m 、 5.8m 、 6m と変化させたときの出力輪(低温輪)の回転角速度の実験結果を図7に示す。SMAエンジンの回転角速度は非接触光学式回転数計(ライン精機株式会社、TM-5010)で測定した。図7において、 \circ は回転角速度 ω の平均値を、 $]$ は測定値のバラツキ(最大値と最小値)を示す。式(19)から明らかなように回転角速度 ω はSMAベルトの長さ L の平方根に比例する筈であるが図7に示すとおり、実験結果はSMAベルトの長さに最適値があることを示している。その理由として、SMAベルトが短過ぎると冷却不十分になり、点3の温度 t_3 が図2の条件を満たさなくなり、回転力が落ちるからである。一方、長過ぎても、回転角速度が落ちるがその原因は、現時点では未解明であり、今後解明すべき重要な研究課題である。しかし、SMAベルトの長さに最適値が存在することは装置の経済的な設計・製作の観点からは望ましいことである。また、高温輪の半径を $r=5\text{cm}$ から $r=10\text{cm}$ に変化させても、SMAベルトの長さ $L=5.75\text{m}$ に対しては $\pi \times 0.05\text{m} \div 5.75\text{m} = 2.7\%$ であり、SMAベルトの長さ L を固定した影響は無視できるものと考えた。

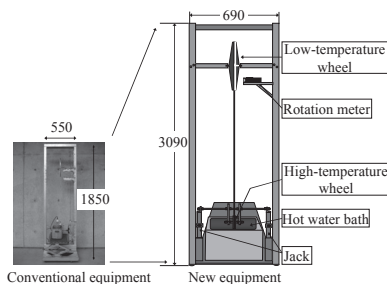


Fig.6 Conceptual figure of experiment equipment

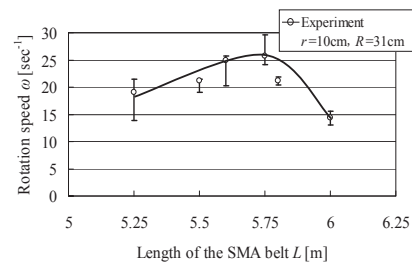


Fig.7 Relation between ω and L

7. 実験(SMAエンジンの出力特性)

7-1 実験の目的

予備実験で使用した実験装置を出力実験用、すなわち、回転角速度 ω とトルク T を同時測定できるように改造し、実験で求めたSMAエンジンの出力 P と、導出した理論値を比較検討し、見直した理論の妥当性を実験的に検証する。

7-2 実験装置

SMAエンジンの回転角速度 ω とトルク T を同時測定し、出力 $P(=\omega T)$ を実験値(ω, T)から計算で求めることのできる大型実験装置を設計製作した(図9参照)。回転角速度 ω は非接触光学式回転数計で測定し、トルク T はトルク変換器(KYOWA製:TP-20KCE)、動ひずみ測定器(KYOWA製:DPM-601)、オシロスコープによって測定する。トルク変換器の負荷側に擬似負荷としてヒステリシスブレーキ(小倉クラッチ製:HB-10)を取り付けた。ヒステリシスブレーキの励磁電流を変化させることにより負荷の大きさを任意に制御してSMAエンジンのトルクを測定した。予備実験よりSMAベルトの長さは $L=5.75\text{m}$ と固定し、出力 P は低温輪の半径 R にはあまり依存しないので低温輪の半径も $R=31\text{cm}$ と固定し、高温輪の半径を $r=5\text{cm}, 7.5\text{cm}, 10\text{cm}, 15\text{cm}$ と変化させて出力実験を行った。尚、慣性モーメント J_1, J_2 は以下に示す中空車輪(円環)の慣性モーメントの式で求めた。

$$J = \int r^2 dm = \frac{1}{2} \rho t_1 \pi r_1^4 + \frac{s}{3} \rho t_2 b (r_2^3 - r_1^3) + \frac{1}{2} \rho t_3 \pi (r_3^4 - r_2^4) \quad (20)$$

ρ は車輪の素材の比重 $[\text{kg}/\text{m}^3]$ 、 t_1, t_2, t_3 は車輪の各点の厚さ $[\text{m}]$ 、 b はスポーク幅 $[\text{m}]$ 、 s はスポーク本数である。一例として、高温輪半径 $r=7.5\text{cm}$ の慣性モーメントは $\rho=2.79 \times 10^3 \text{kg}/\text{m}^3$ 、 $t_1=t_2=t_3=1.04 \times 10^{-2}\text{m}$ 、 $b=1.02 \times 10^{-2}\text{m}$ 、 $r_1=2.69 \times 10^{-2}\text{m}$ 、 $r_2=6.44 \times 10^{-2}\text{m}$ 、 $r_3=7.51 \times 10^{-2}\text{m}$ を式(20)に代入すると、 $J_1=7.86 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ となる(図8参照)。実験に使用した車輪の慣性モーメントを同様に計算し、表2に示す。

7-3 実験結果

最大出力が得られた $r=7.5\text{cm}$ の場合の回転角速度 ω とトルク T の関係を図10に、出力 P と ω の関係を図11に示す。 $r=5\text{cm}, 10\text{cm}, 15\text{cm}$ の場合の $\omega-T, P-\omega$ の関係も図1,図11と同様であった。以上の実験で得られた最大出力点(Maximum Power Point)と高温輪の半径の関係を図12に示す。図1,図12に示すとおり $L=5.75\text{m}, R=31\text{cm}, r=7.5\text{cm}$ のとき、最大出力 3.74W が得られた。

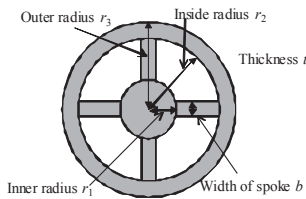


Fig.8 Outline of the wheel for inertial moment

Radius of wheel	Inertial moment $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
$r=5\text{cm}$	$J_1=1.54 \times 10^{-4}$
$r=7.5\text{cm}$	$J_1=7.86 \times 10^{-4}$
$r=10\text{cm}$	$J_1=2.00 \times 10^{-3}$
$r=15\text{cm}$	$J_1=4.91 \times 10^{-3}$
$R=31\text{cm}$	$J_2=6.44 \times 10^{-1}$

Table.2 Inertial moment

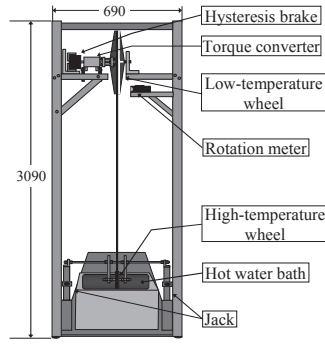


Fig. 9 Large-sized experiment equipment

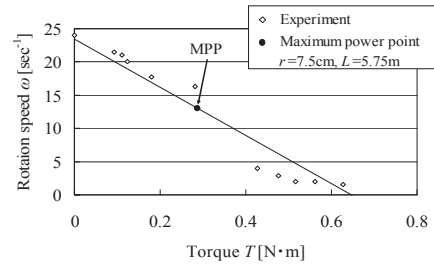


Fig. 10 Relation between ω and T ($r=7.5\text{cm}$)

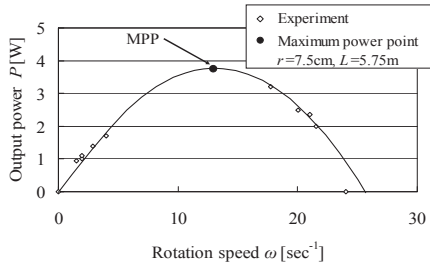


Fig. 11 Relation between P and ω ($r=7.5\text{cm}$)

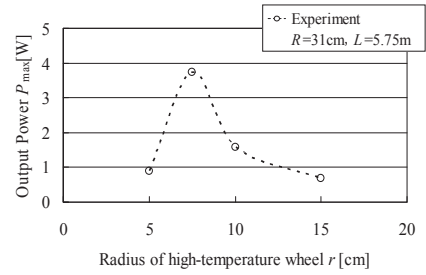


Fig. 12 Relation between P and r

8. 考察

SMAエンジンの最大出力 P_{\max} を予測する理論式は次式を満たす。

$$P_{\max} = \omega \cdot \frac{\pi d^4 R (E_1 - E_2)}{128 r^2} < \omega_{\max} \cdot \frac{\pi d^4 R (E_1 - E_2)}{128 r^2} \quad (21)$$

しかし、式(21)には出力が最大となる回転角速度 ω が未知数として残っている。

SMAエンジンの出力特性は図10、図11のとおりとなり、図10から明らかなように ω - T の関係は図13に示すような直線で近似できる。したがって、SMAエンジンの出力は下式となる。

$$P_{\max} = \omega \left(-\frac{T_{\max}}{\omega_{\max}} \cdot \omega + T_{\max} \right) = -\frac{T_{\max}}{\omega_{\max}} \cdot \omega^2 + T_{\max} \cdot \omega \quad (22)$$

式(22)は、 $\frac{dP}{d\omega} = -2 \frac{T_{\max}}{\omega_{\max}} \cdot \omega + T_{\max} = 0$ より、 $\omega = \frac{\omega_{\max}}{2}$ で、極大値をとる。つまり、出力 P は $\omega = \frac{\omega_{\max}}{2}$ で最大となり、その値は、

$$P_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{2} \left(-\frac{T_{\max}}{\omega_{\max}} \cdot \frac{\omega_{\max}}{2} + T_{\max} \right) = \frac{\omega_{\max}}{2} \cdot \frac{T_{\max}}{2}$$

となる。すなわち、SMAエンジンの ω - T 特性が図10に示すような直線で近似できるとき、その出力は $\omega = \frac{\omega_{\max}}{2}$ のとき、最大出力 $P_{\max} = \frac{1}{4} \omega_{\max} \cdot T_{\max}$ となることが分かる。

図10、図13は $R=31\text{cm}$ 、 $r=7.5\text{cm}$ 、 $L=5.75\text{m}$ の場合についての説明図であるが、他の組み合わせ($L=5.75\text{m}$ および $R=31\text{cm}$ は固定し、高温輪の半径 r を $r=5\text{cm}$ 、 10cm 、 15cm と変化させた場合)の実

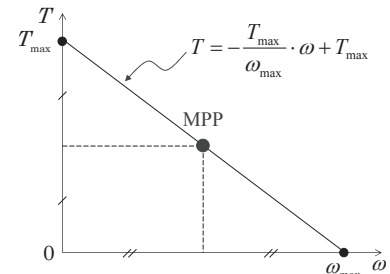


Fig. 13 Relation between T and ω

験結果においても ω - T の関係は直線で近似できるので、この関係は成立している。

したがって、SMAエンジンの最大出力 P_{\max} は以下の実験式で予測することができる。

$$P_{\max} = \omega \cdot \frac{\pi d^4 R (E_1 - E_2)}{128 r^2} = \frac{\omega_{\max}}{2} \cdot \frac{\pi d^4 R (E_1 - E_2)}{128 r^2} \quad (23)$$

式(23)と実験値 $P (= \omega T)$ を比較した結果を図14に示す。

図14に示すとおり、 $r \geq 7.5\text{cm}$ の範囲において理論値と実験値の傾向および絶対値は非常に良く一致している。一方、 $r < 7.5\text{cm}$ の範囲において理論値と実験値は傾向・絶対値共に一致しないが、その主な原因は以下のように考えられる。

- (1) $r < 7.5\text{cm}$ ではSMAベルトのひずみが1%を越えてしまい、SMAベルトが高温輪に上手く巻き付かない(上手く蹴れない)。
- (2) SMAベルトが、曲げモーメントの反作用で高温輪を蹴るとき、高温輪とSMAベルトの間で“すべり”が発生する。
- (3) SMAベルトは点1で熱を受け、点2で変態温度に達するが、この間の伝熱時間、途中の過程を無視している。

(1)については、図15に示すように、 $r \geq 7.5\text{cm}$ の範囲において、SMAベルトは高温輪に沿うようにしっかりと巻きついている。しかし、 $r < 7.5\text{cm}$ の範囲では、高温輪の曲率半径が小さ過ぎるため、SMAベルトと高温輪との間にたるみが生じてしまい、しっかりと巻きついていないことがわかる。これにより回転力が弱まり、SMAエンジンの出力が低下したのではないかと考えられる。尚、式(19)に示す理論式では、高温輪の半径 r が0に近づくと、SMAエンジンの理論最大出力 P_{\max} は無限大に発散してしまうが、高温輪の半径 r には以下のような上限値・下限値の制約がある。

(a) 高温輪の半径 r の上限値について

SMAエンジンが回転する為には、回転エネルギーの源となるSMAベルトのひずみエネルギーの差が正の値でなければならない。つまり、式(11)、式(13)、式(14)、式(15)あるいは回転角速度を表す式(16)の $\{(E_1 - E_2)/r^2 - 2E_2/R^2\}$ の項が正の値でなければならない。つまり、高温輪の半径 r と低温輪の半径 R は、以下の関係を満たさなければならない(必要条件)ので、

$$r < \sqrt{(E_1 - E_2)/2E_2} \cdot R$$

本研究で用いた形状記憶合金(大同特殊鋼(株)製品KIOKALLOY-R3)では、 $E_1 = 80\text{GPa}$ 、 $E_2 = 40\text{GPa}$ であるから、 $r < R/\sqrt{2}$ である。

(b) 高温輪の半径 r の下限値について

一方、高温輪の下限値については、SMAベルトのひずみは弾性限界値として約1%が目安となるので、高温輪の半径 $r = 7.5\text{cm}$ 、 $r = 5\text{cm}$ についてSMAベルトのひずみ ($\varepsilon = d/2r$) を計算より求めると、

高温輪の半径 $r = 7.5\text{cm}$ では

$$\varepsilon = \frac{d}{2r} = \frac{2\text{mm}}{2 \times 7.5\text{cm}} = 0.013 \div 1\%$$

高温輪の半径 $r = 5\text{cm}$ では

$$\varepsilon = \frac{d}{2r} = \frac{2\text{mm}}{2 \times 5\text{cm}} = 0.02 = 2\%$$

となる。以上より、SMAベルトが高温輪に適切に巻きつくためには高温輪の半径 r の下限値は $r \geq d/2\epsilon = 7.5\text{cm}$ 以上でなければならないことが分かった。これは、図15に示すSMAベルトが高温輪に巻き付く様子と良く一致している。

(2)番目の原因と考えられる高温輪とSMAベルト間の“すべり”および(3)番目の原因と考えられるSMAベルトが変態温度に達する伝熱時間については、現時点では未解明であり、今後、早急に解明すべき重要な研究課題である。

一方、第3報の旧理論値は図14に---線で示すとおり、実験値を大きく下回っている。今回改善した理論値は $r \geq 7.5\text{cm}$ において、実験値とほぼ一致しており、本研究成果を応用すれば、SMAエンジンを試作せずとも、その出力特性を推測できるようになり、旧理論に比べ、遥かに高い精度でSMAエンジンの出力特性を予測できることが分かった。以上の結果は本研究で見直した理論の妥当性を間接的に示しているものと考えられる。

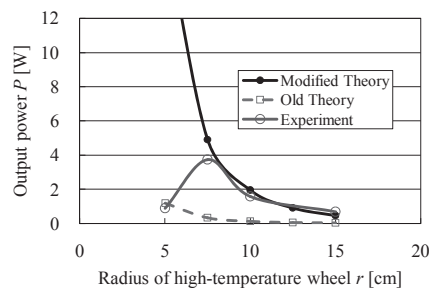


Fig.14 Comparison of the theoretical and experimental values of the output power of the SMA engine

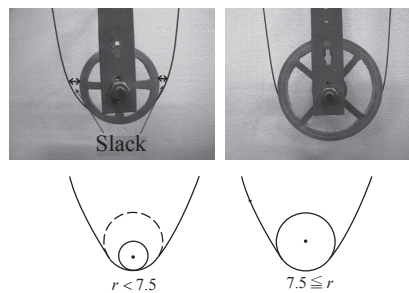


Fig.15 Relation between r and curvature radius of SMA belt

9. まとめ

本研究で得られた主な成果を以下にまとめて示す。

- (1) SMAエンジンの回転メカニズムを見直し、SMAエンジンの最大出力 P_{\max} を予測する理論式を以下のように見直した。

$$P_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{2} \cdot \frac{\pi d^4 R (E_1 - E_2)}{128 r^2} \quad [\text{W}]$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\frac{n \pi d^4 L r^2 \left(\frac{E_1 - E_2}{r^2} - \frac{2E_2}{R^2} \right)}{64 (J_1 R^2 + J_2 r^2)}} \quad [\text{sec}^{-1}], \quad n=2, 3$$

その結果、旧理論に比べ、より高い精度でSMAエンジンの出力特性を予測できるようになった。

(2) 今回見直した理論には高温輪の半径 r に関し,

$r \geq 7.5\text{cm}$ ($\varepsilon = d/2r \leq 0.01$) という適用範囲があることがわかった。

(3) 低温輪の半径 $R=31\text{cm}$, 高温輪の半径 $r=7.5\text{cm}$, SMAベルトの長さ $L=5.75\text{m}$, SMAベルトの直径 $d=2\text{mm}$ の組み合わせにおいて, 最大出力 $P_{\max}=3.74\text{W}$ を得ることができた。

以上のとおり, 本研究により, SMAエンジンの出力特性を従来以上に高い精度で予測することができ, SMAエンジンを用いた新発電システムの実用化に貢献することができた。

謝辞

本研究の一部は財団法人 日比科学技術振興財団の研究助成金を受けて行なわれたものであり, ここに記して同財団に感謝の意を表します。

参考文献

- (1) W.S.Ginell, J.L.McNichols,Jr., and J.S.Cory, Nitinol Heat Engines for low-grade thermal energy conversion, Mechanical Engineering.Vol.101, No.5, (1979), pp.26-33
- (2) H.Tobushi, J.R.Cahoon, Mechanical Analysis of a Solar-Powered Solid State Engine, Transactions of the Canadian Society of Mechanical Engineers, Vol. 9, No. 3, (1985), pp.137-141
- (3) H.Iwanaga, H.Tobushi, and H.Ito, Basic Research on the Output Power Characteristic of Shape Memory Alloy Heat Engine(1 st Report), transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, SeriesA, Vol.54, No.497, (1987), pp.177-180
- (4) Y.Sato, N.Yoshida, Y.Tanabe and H.Fujita, Study on the Output Power Characteristic of a Shape Memory Alloy Engine , transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, SeriesB, Vol.72, No.717, (2006-5), pp.227-233.
- (5) Y.Sato and Y.Tanabe, Study on the Output Power Characteristic of a Shape Memory Alloy Engine (2nd Report), transaction of Japan Society of Mechanical Engineers , SeriesB, Vol.73, No.734, (2007-10), pp.166-172.
- (6) Y.Sato,M.Kobayashi,Y.Kobayashi and M.Suzuki, Study on the Output Power Characteristics of the Shape Memory Alloy Engine (3rd Report), transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, SeriesB, Vol.74, No.741, (2008-5), pp.162-168.