

〈一般研究課題〉 機械構造物の結合部に着目した減衰特性制御技術の
開発

助成研究者 豊橋技術科学大学 松原 真己



機械構造物の結合部に着目した減衰特性制御技術の開発

松原 真己
(豊橋技術科学大学)

Development of damping characteristics control of mechanical structure focused on joints

Masami MATSUBARA
(Toyohashi University of Technology)

Abstract :

Generally, a mechanical structure such as an automobile is a combination of several parts, and a joint portion exists between the parts. Dynamic characteristics including resonance frequency, vibration shape, and damping characteristics related to vibration and noise of the mechanical structure greatly change by this joint. Among them, the damping characteristics is important for reduction of noise and vibration. However, it is difficult to model the joint because of complex. Therefore, there were many studies about vibration analysis including joint models. Many of these researches model joints in already designed states in detail, predicting damping characteristics, and there is no research on the subject of controlling the damping characteristics by the design of the position of the joints. In this study, for the purpose of controlling the damping characteristics, the attenuation (structural damping) of the base metal itself and the contribution of the friction damping at the coupling part are separated with respect to the damping characteristic of the structure having the coupling part. Furthermore, the relationship between design factors and damping characteristics is clarified. As a specific example of a structure having a coupling portion, a two-piece laminated plate having a bolt connection is used. The energy dissipation mechanism of the joint is generally thought to be due to friction. Therefore, the dissipated energy due to friction and structural damping at the interface of the plate is calculated, and the contribution of each

dissipated energy to the attenuation characteristic is analyzed.

1. はじめに

振動・騒音の発生は不快感や人体へ悪影響を与えることがあるため、適切に振動を抑えることは重要である。一般に自動車などの機械構造物はいくつかの部品が組み合わされた物であり、部品間において結合部が存在する。この結合部によって、機械構造物の振動・騒音に関わる動的特性(共振周波数、振動形状、減衰特性)は大きく変化する⁽¹⁾。中でも減衰特性は振動や騒音を抑え込む特性として重要である。効率よく機械設計を行うためには結合部のモデル化が重要となるが、特に減衰特性については結合部界面に発生する摩擦のモデル化が難しく、多くの研究が進められている^{(2)~(4)}。これらの研究の多くは、既に設計された状態の結合部を詳細にモデル化し、減衰特性を予測するものが多く、結合部の位置等の設計によって減衰特性を制御する主旨の研究はない。そこで本研究では減衰特性を制御することを目的として、結合部を有する構造物の減衰特性に対して、母材自身が持つ減衰(構造減衰)と結合部における摩擦減衰の寄与度を分析し、設計因子と減衰特性の関係を明らかにする。そこで結合部を有する構造物の具体例としてボルト結合を有する二枚合わせ板を用いる。例えば大型の工作機械では鋼板を二枚合わせてボルトやスポット溶接で結合することで減衰特性向上が図るといった取り組みがなされており、先行研究においても対象とされている基本的な構造物である⁽³⁾⁽⁵⁾。このような結合部のエネルギー散逸機構は一般に摩擦によるものと考えられている。そこで、板の界面における摩擦および構造減衰による散逸エネルギーを算出して各々の散逸エネルギーの減衰特性に対する寄与度を分析する。さらに設計因子として有力と考えられるボルト間隔と摩擦による散逸エネルギーの寄与度の関係を調査する。この研究成果により、設計初期段階において結合部が機械構造物に与える影響を考慮して、動的特性を設計することができる。特に、人の近くで使用される機械構造物の設計に活かすことで快適な空間創成に寄与することができる。

2. 2枚合わせ板の振動特性評価

2.1 実験方法

ステンレス鋼板(SUS304)のフラットバーに貫通穴を加工した2枚の板を準備し、その2枚をボルトによって締結したものを2枚合わせ板(図1)とする。貫通穴を100mm等配で4箇所設けている。図2に実験概略図を示す。2枚合わせ板の境界条件は両端固定支持、両端自由支持とした。自由支持においては、糸で吊るすことで境界条件を再現し、支持位置は2枚合わせ板の長さに対応するはりの1次モードの節の位置付近とした。インパクトハンマ(PCB 086C03)を用いてはり中央位置を打撃し、同位置(裏側)に取り付けた超小型加速度計(PCB 372A73)より加速度を計測する。インパクトハンマからの力入力、加速度計からの加速度応答をデータ解析装置(小野測器 DataStation3000)に取り込み、5回平均によって周波数応答関数(以下、FRF)を算出する。

固有振動数はCo-Quad線図(周波数応答関数の実部及び虚部)を用いて推定する⁽⁶⁾。質量 m 、ばね剛性 k からなる1自由度系のアクセランス α は次の式で表される。なお、 g は構造減衰係数を表し、 j は純虚数、 f は周波数を表す。

$$\alpha(f) = \frac{-(2\pi f)^2}{k - m(f/2\pi)^2 + jgk} = -(2\pi f)^2 \left(\frac{1/k}{1 - \beta^2 + jg} \right) \quad (1)$$

ここで、 β は次のように表される。なお、 f_p は固有振動数を表す。

$$\beta = f/f_p \quad (2)$$

式(1)を実部 α_R と虚部の係数を α_I とし、分けて記述すると次式のようになる。

$$\alpha_R(f) = -(2\pi f)^2 \frac{(1 - \beta^2)/k}{(1 - \beta^2)^2 + g^2} \quad (3)$$

$$\alpha_I(f) = -(2\pi f)^2 \frac{-g/k}{(1 - \beta^2)^2 + g^2} \quad (4)$$

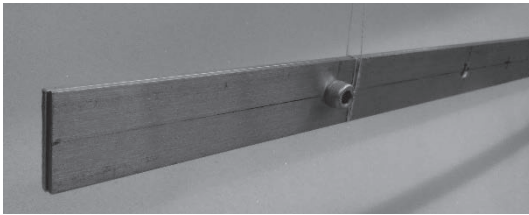
式(3)、(4)より、 k を消去し、固有振動数 f_p 、構造減衰係数 g で整理すると次式の方程式が成立する。

$$\frac{\alpha_I(f)}{\alpha_R(f)} = \left(\frac{\alpha_I(f)f^2}{\alpha_R(f)} \right) \frac{1}{f_p^2} - g \quad (5)$$

式(5)は傾き $1/f_p^2$ 、切片 g の1次関数と見なすことができ、最小二乗法より、固有振動数 f_p 、構造減衰係数 g を同定することができる。なお、構造減衰係数は損失係数と同値であり、減衰比の2倍の値である。本研究では損失係数を用いて減衰特性の評価を行う。



(a) 全体図（両端自由支持）



(b) 斜視図

図1. 2枚合わせ板

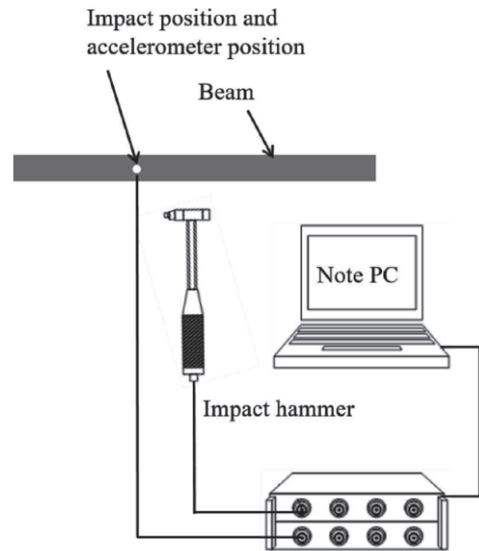


図2. 実験概略図

2.2 実験結果

ここでは、両端自由支持の結果のみを示す。ボルト締結は外側2箇所、内側2箇所の2条件とした。応答の時刻歴データを図3、アクセラランスを図4に示す。この結果より、ボルト締結位置によって減衰特性、共振周波数が大きく異なることがわかる。これはボルト締結位置によって2枚合わせ板の構造が大きく変化するためである。

式(5)を用いて各条件における固有振動数、損失係数を求めた。処理としては共振周波数付近の40点のデータを基に同定を行った。表1に1枚板の結果も併せて示す。これより、2枚合わせ板になることで、固有振動数、損失係数が変化していることがわかる。特に損失係数の変化は大きく、2枚合わせ板の界面において摩擦散逸が起こったためであると考えられる。よって2枚合わせ板の損失係数に対して摩擦散逸は支配的であるといえる。

なお、2枚合わせ板になることでモード形状が変化していることが考えられたため、実験モード解析によるモード形状の確認を行ったが、大きく変化しないことがわかった。また、両端固定条件においては境界条件の再現性の問題があり、同定したデータのばらつきが大きいと割愛している。

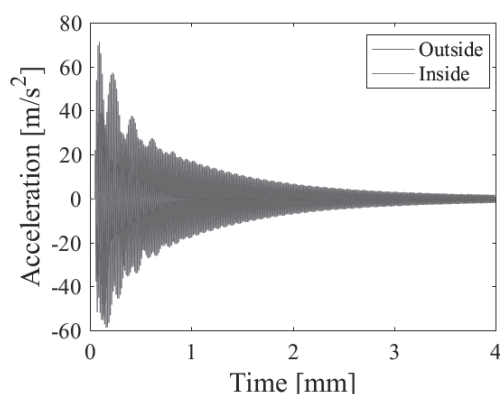


図3. ボルト締結位置による応答の違い

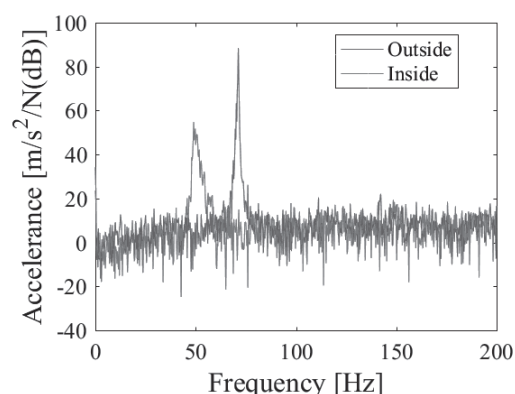


図4. ボルト締結位置による周波数応答の違い

表1. 固有振動数と損失係数

Object	Natural frequency	Loss factor [-]
One plate	39.0 Hz	0.002
Outside jointing plate (two-ply)	70.7 Hz	0.0196
Inside jointing plate (two-ply)	50.0 Hz	0.0782

3. 2枚合わせ板の力学的エネルギーと損失係数算出式の導出

3.1 2枚合わせ板における摩擦散逸エネルギーのモデル化

2枚合わせ板においては、界面に生じる摩擦力と2枚の相対変位の積によってエネルギーが散逸されることにより、減衰が大きくなっていると考えられる。そこで、2枚合わせ板界面で発生する相対変位を求める。板は寸法、材質が同一のものを使用することを考える。全長 l の均質で一様な断面を持つオイラー・ベルヌーイはりの曲げ振動を対象とし、板幅を h 、板厚を b 、縦弾性係数を E 、断面二次モーメントを I とし、図5に示すような同じ板が2枚合わさったものを考える。座標系は、はりの長手方向を x 、 x 軸に垂直な方向を y とし、中立軸における y 方向変位を w 、 x 軸方向のひずみを ε とおく。また添え字は、上板を表すものを1、下板を表すものを2とする。このとき、変位-ひずみ式は次のように与えられる。

$$\varepsilon_1 = y_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_2 = y_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \quad (6)$$

また、板1、2の曲率は次式で与えられる。

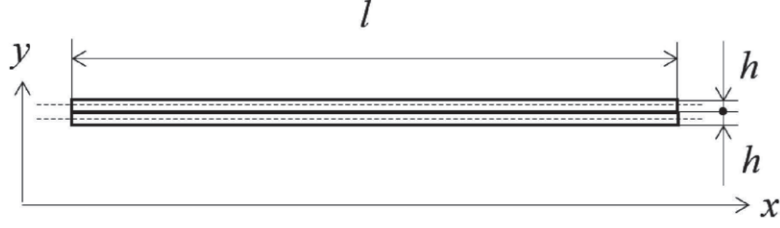


図5. 2枚合わせ板モデル

$$\frac{1}{\rho_2 + h} = \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}, \quad \frac{1}{\rho_2} = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} \quad (7)$$

このとき、曲率が板の厚さに比べて非常に大きいと考えれば、2枚の板は同一の変形をしていると仮定できる。その代表変形を w で表すと、界面の相対変位 $\Delta\varepsilon$ は次のように与えられる。

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_2\left(\frac{h}{2}\right) - \varepsilon_1\left(-\frac{h}{2}\right) = h \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (8)$$

次に摩擦による散逸エネルギーを界面の相対変位と等価動摩擦力 F_d の積で求める。このとき、相対変位が半周期毎に正負が入れ替わることに着目すると、振幅の極値の前後1/4周期の間に散逸される微小区間あたりのエネルギーは次式のように表される。

$$dW_2 = F_d (\Delta\varepsilon)^2 dx = F_d h^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (9)$$

よって、応答が極値の最大値をとったときを基準として n 番目の極値のまわり半周期の間によって散逸されるエネルギーは次式のようになる。

$$W_{2,n} = F_d h^2 \int_0^l \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx = F_d h^2 A_n^2 \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx \quad (10)$$

3.2 構造減衰による散逸エネルギーのモデル化

曲げの復元力に対して減衰が作用していると考えられると、微小区間において散逸されるエネルギーは次式のように表すことができる。ここで、 c_1 が減衰係数を表す。

$$dW_1 = \frac{1}{c_1 EI} \left(c_1 EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right)^2 dx \quad (11)$$

応答が極値の最大値をとったときを基準として n 番目の極値のまわり半周期の間によって散逸されるエネルギーは次式のようになる。

$$W_{1,n} = \int_0^{\pi/\omega_n} \int_0^l \frac{1}{c_1 EI} \left(c_1 EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right)^2 dx dt = \frac{1}{2} \pi A_n^2 \omega_n c_1 EI \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx \quad (12)$$

ここで、 A_n は n 番目の極値の振幅、 ϕ は固有関数を表す。すなわち、

$$w = A(t)\phi(x) \quad (13)$$

としている。

3.3 散逸エネルギーのつり合いを基にした損失係数計算

1枚板に蓄えられるポテンシャルエネルギーは次式で表される。

$$U = \frac{1}{2} EI \int_0^l \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (14)$$

ここで、1枚合わせ板の半周期あたりのポテンシャルエネルギーの変化分が板自体の構造減衰による散逸エネルギーであると考えたと次式が成立する。

$$\begin{aligned} \Delta U &= 2 \times \left\{ \frac{1}{2} EIA_n^2 \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx - \frac{1}{2} EIA_{n+1}^2 \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx \right\} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \pi A_n^2 \omega_n c_1 EI \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx \end{aligned} \quad (15)$$

これより、対数減衰率より損失係数は次のように表される。

$$\eta_1 = \frac{\ln \left\{ \frac{1}{1 - \pi \omega_n c_1} \right\}}{\pi} \quad (16)$$

次に、2枚合わせ板の半周期あたりのポテンシャルエネルギーの変化分が摩擦および板自体の構造減衰による散逸エネルギーの和であると考えたと次式が成立する。

$$\begin{aligned} \Delta U &= 2 \times \left\{ \frac{1}{2} EIA_n^2 \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx - \frac{1}{2} EIA_{n+1}^2 \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx \right\} \\ &= F_d h^2 A_n^2 \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx + 2 \times \frac{1}{2} \pi A_n^2 \omega_n c_1 EI \int_0^l \left(\frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)^2 dx \end{aligned} \quad (17)$$

これより、固有関数の積分項を両辺割ることができたため、次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} EIA_{n+1}^2 &= EIA_n^2 - F_d h^2 A_n^2 - \pi A_n^2 \omega_n \eta EI \\ \Leftrightarrow A_{n+1}^2 &= \left\{ 1 - \left(\frac{F_d h^2}{EI} + \pi \omega_n c_1 \right) \right\} A_n^2 \end{aligned} \quad (18)$$

よって1周期あたりの振幅変化から対数減衰率は次式のようになる。

$$\eta_2 = \frac{\ln \left\{ \frac{1}{1 - \left(\frac{F_d h^2}{EI} + \pi \omega_n c_1 \right)} \right\}}{\pi} \quad (19)$$

このように、2枚合わせ板による減衰特性向上は、界面に存在する等価動摩擦力和相対変位に関わる板厚によって支配されていることがわかる。

4. 等価動摩擦力の推定

式(19)をもとに算出した等価動摩擦力を表2に示す。モード形状を考えた場合、外側締結位置よりも内側締結位置においてたわみが大きくなるため面圧が高くなることから内側締結条件において等価動摩擦力は大きくなると考えられる。表2より、損失係数の大きい条件であった内側締結において等価動摩擦力が大きくなるという結果を得ており、摩擦散逸が効率的に発生していることがわかる。以上より、減衰特性を大きくするためには対象となるモード形状のたわみの位置にボルト締結位置を設けるのが良いという知見を得ることができた。今後、実証試験を行う予定である。

表2. 等価動摩擦力の算出

Object	Equivalent dynamic friction force
Outside jointing plate (two-ply)	39 N
Inside jointing plate (two-ply)	169 N

5. まとめ

本研究では、2枚合わせ板構造の損失係数に与える設計因子について検討し、損失係数算出式を導出した。得られた知見は以下の通りである。

1. 2枚合わせ板では損失係数が1枚板に対して大幅に増加することを確認した。また、固有振動数も同様に变化した。
2. 本研究で取り扱った1枚板と2枚合わせ板のモード形状は同様であることを確認した。この結果を基に、2枚板における上板、下板のモード形状が同一であると仮定した。
3. 2枚合わせ板の上板と下板のモード形状が同一であることを前提として半周期あたりのポテンシャルエネルギーの変化と板自体の構造減衰および摩擦散逸によるエネルギーの和が釣り合うという条件より、損失係数の算出式を提案した。その結果、ボルト締結位置によって等価動摩擦力が大きく変化し、損失係数の値に影響を与えることを確認した。

上述のように固有振動数が変化しているため、モード形状は変化しているはずである。今後継続して実験・解析による検証を行う予定である。

参考文献

- (1) 吉村允孝, 深野明, 工作機械結合部のばね剛性と減衰係数の同定: 単純化モデルにおける測定と計算機シミュレーションによる一手法, 精密機械, vol.45, No.540(1979), pp.1418-1424.
- (2) 品川幹, 社本英二, 機械構造の結合部における摩擦減衰の解明と定量的予測(ねじり振動が作用する場合), 日本機械学会論文集C編, vol.78, No.790(2012), pp.2048-2063.
- (3) 遠藤弘樹, 上野貴大, 丸井 悦男, スポット溶接・ボルト接合が板構造物の減衰能および静剛性に与える影響, 日本設計工学会, vol.41, No.6(2006), pp.295-300.
- (4) 平居嵩朗, 鞍谷文保, 小出一志, 城戸一郎, 部分的な重なりを有する平板接合構造の簡易減衰推定法, 日本機械学会論文集, vol.80, No.812(2014).
- (5) Hadjila Bournine, David J. Wagg, Simon A. Neild, Vibration damping in bolted friction beam-

columns, *Journal of Sound and Vibration*, vol.330(2011), pp.1665-1679.

- (6) Shozo Kawamura, Masato Kita, Masami Matsubara, Tomohiko Ise, Study of the effect of specimen size and frequency on the structural damping property of beam, *Mechanical Engineering Journal*, Vol.3, No.6(, 2016), Paper Np.16-00446.