

〈一般研究課題〉 渦法による軽量大スパン構造の
風荷重評価法に関する研究
助成研究者 名古屋市立大学 張 景耀



渦法による軽量大スパン構造の 風荷重評価法に関する研究

張 景耀
(名古屋市立大学)

A Study on Evaluation of Wind Loadings on Large-span Light-weight Structures by using Vortex Method

Jingyao ZHANG
(Nagoya City University)

Abstract :

Japan is well-known as an earthquake-prone country. At the same time, it is also attacked by many strong winds, including four typhoons landed every year. Economy loss due to strong winds in fact exceeds that due to earthquake. In this study, we focus on light-weight long-span structures. Light-weight structures are able to cover a large space with small amount of materials, and thus, they are widely used for public structures, e.g., sports stadiums, shopping malls etc. Due to its light weight, and accordingly long natural periods, this kind of structures is sensitive to strong winds instead of earthquake. They behave large deformations while subjected to strong winds, and this would change the wind loads acting at the structures. For such interaction, computational fluid dynamics (CFD) can help a lot in understanding. For a long-term goal, we are to develop novel methodologies for evaluation of dynamic effects of wind loadings acting on light-weight structures. For conventional CFD, it is necessary to remesh the computational region so as to take account of large deformation of the light-weight long-span structures. However, the remeshing process is very costly. To solve such problem, we adopted vortex method. Vortex method is a mesh-free method, the boundary as well as the computational region are modelled by (point) vortices, so it is good at dealing with moving boundary. Furthermore, vortex method is efficient in the sense of no need to solve the coupled equations in terms of velocity as well as pressure. In particular, in this study, we

are to summarize and develop the basic theory for vortex method, and then to evaluate its potential in dealing with large deformation of the long-span structures by using several numerical examples.

1. はじめに

日本は国土が小さいわりに、地震の大国だけでなく、強風の大国でもある。日本には毎年平均4つほどの台風が上陸しており、ダウンバーストや竜巻などの局地的強風も頻発している。台風や竜巻や突風などの強風による建造物の被害が多い。地震より強風の発生頻度が高く、影響範囲も大きいので、強風による被害総額が地震によるものを超えているという報告もある。その主な被害メカニズムとしては、建物の外部にかかる風荷重によるものと、突風や飛来物などによりできた開口部が生じた後、内圧の上昇によるものがある(図1)。

今後は、地球温暖化に伴い、日本周辺の海水温が高くなり、台風などの強風の発生数および最大風速が年々増加する傾向にあるため、それによる物的・人的被害の拡大が懸念される。

本研究では軽量かつ効率的に大きな無柱空間を覆う大スパン軽量構造を研究対象とする。大スパン軽量構造は、軽量かつ効率的に大きな無柱空間を覆う構造形式であるため、体育館やショッピングモールや大型倉庫など大きな内部空間を必要とする建造物によく利用されている。これらの建造物の多くは、大型集客施設であり、災害時の避難所としても指定されるため、非常に重要な社会的存在でもある。

大スパン軽量構造は、スパンのわりに非常に軽く、固有振動数が低いため、地震被害が少ない。一方で、通常の建造物より柔らかく、大変形が起りやすいため、台風、竜巻や突風などの強風による被害は国内外でも数多く報告されている。

空間構造を設計する際、それに作用する風荷重は、縮尺模型の風洞実験により特定されることが多い。しかし、風洞実験施設に限界があり、レイノルズ数の近似則が満足されないため、縮尺模型の風洞実験により、強風時の空力的不安定現象を再現するのは不可能である。また、既存の流体・固体連成解析方法には、建造物の大変形によりメッシュの再分割が必要となるため、高額な計算コストを伴う。

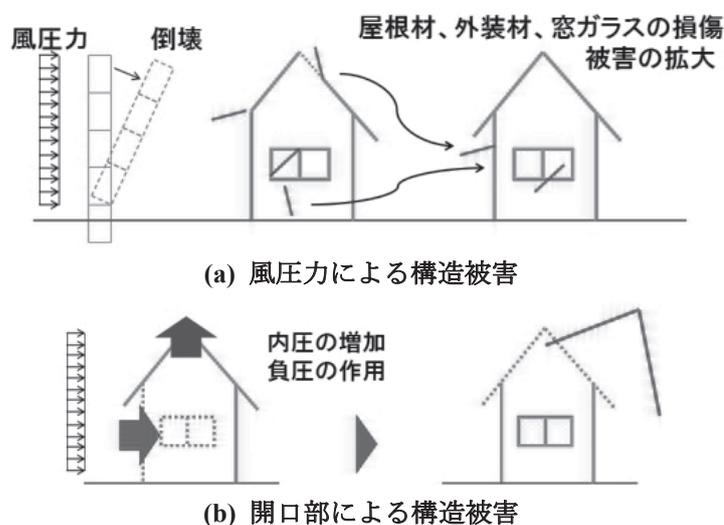


図1. 風被害のメカニズム

渦法は次世代の計算流体力学法であり、数値的安定性の確保と計算格子不要など多くのメリットがある。渦法をベースとし、流体解析と構造解析を統合した連成解析法により、軽量大スパン構造に作用する風荷重を評価できる新たなフレームワークの提案という長期的目標を目指して、渦法の有効性を考察することは本研究の目的である。

2. 渦法

2.1 渦法の特徴

流体现象は、あらゆるところに存在する。しかし、その理解は現代科学が大幅に進んでいるにもかかわらず、未だ完全にできるものではない。流体现象の中に、「乱流」として知られる複雑な現象がある。乱流理論は古典力学に残された最後の難問といわれている、それを完全に解明する理論は未だ確立なされていない。

観測も予測が難しい乱流現象に対しては、例えば衛星写真に写る台風の運動を見るように、その運動を容易に観測できる。また、不十分ではあるがある程度の予測もできるようになっている。その原因の一つとして、台風のような流れは典型的な「渦」構造をしており、それが特徴的な構造として我々の目に見えることが挙げられる。

このような事実からもわかるように、流れ中の渦構造に注目することによって複雑な流体现象を記述しようという考えは、非常に古くからある。渦に注目して流体運動を理解するということを、Helmholtz は数学によって定式化した。彼は流れから渦を定量的に抜き出すために渦度と呼ばれる量を誘導し、その時間変化を扱う数学的枠組みを提案した。その後、渦を通じた流体现象の理解が活発に行われるようになり、現在もなお有効な流体现象の研究手法を提供している。

渦法では、導入渦の挙動を時間系列に追跡するので、渦度の離散化スケールとしていわゆる乱流のコルモゴロフスケールに相当する渦コアスケールの微細渦要素 (eddy) を大量に流れ場に導入すれば乱流を直接解析できる。

渦法 (Vortex Method) は比較的単純なポテンシャル流の枠組みで、流れの特徴的渦構造の相互作用によって生成される非定常な流れを表現できる。その理由は以下のとおりである。

- 流れ場の連続的な渦度分布を多数の微小渦要素によって離散的に表すこと
- 渦度輸送方程式を数値的に解いて各渦要素の渦度変化を時刻に捉えること
- 流れに乗った渦要素の移動と拡散を追跡すること

また、渦法の画期的特徴としては、以下のものがある。

- 流れ場の格子が不要である
- RANS 型乱流モデルが不要である
- 移動・変形境界が自在に取り入れられる

2.2 渦法の基本

二次元において、渦度 ω は以下のように定義される。

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1)$$

ここで、 u と v はそれぞれ x と y 方向における速度である。渦度は流れの回転成分だけを表している。

二次元において、流体の非圧縮条件は以下のように表す。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

外力が働かない密度一定の非粘性・非圧縮流体に対して、渦度はラグランジュ保存量である。そのため、初期に渦度が存在している領域にある流体粒子の運動に沿ってのみ渦度は変化する。または、初期に渦度が存在しない領域にある粒子の運動に沿って渦度はゼロのままである。

また、外力が働かない密度一定の非粘性・非圧縮流体に対して、渦度はその時間発展を通じて生成も消滅もしないという性質がある。そのため、渦度が(流れ場の微分で定義できる)場の量でありながら、粒子(の集合)のように振る舞う。

二次元の場合、境界からの渦度の生成のメカニズムを除けば、生成された渦度はラグランジュ保存量としてふるまい続けるため、渦度の存在する領域にだけ着目してその運動を理解することは可能である。

しかし、粘性流体に対して、渦度はラグランジュ保存量ではなくなる。流体粒子に沿って渦度は動くということを踏まえると、渦度はこの粒子軌道に沿って粘性によって減衰しながら運動する。粘性が小さな流体に対しては、渦度の減衰が遅いので、渦度が初期に存在している領域だけを考慮してその運動を調べる方法もある。

2.3 点渦と速度

この節では、非圧縮・渦無しのポテンシャル流に関する理論を拡張し、点渦近似モデルにより非粘性・非圧縮の流れのシミュレーションに適用する。ここでは、定常および非定常な流れが含まれている。

中心における特異値を避けるために、点渦が一定の半径 ε をもつ円とする。また、その速度ポテンシャル K は2次ガウス関数により以下のように定義される。

$$K = \frac{1 - e^{-r^2/\varepsilon^2}}{2\pi r^2} \quad (3)$$

ここで、 r は評価点 (x, y) より点渦の中心 (x_0, y_0) までの距離である。すなわち、

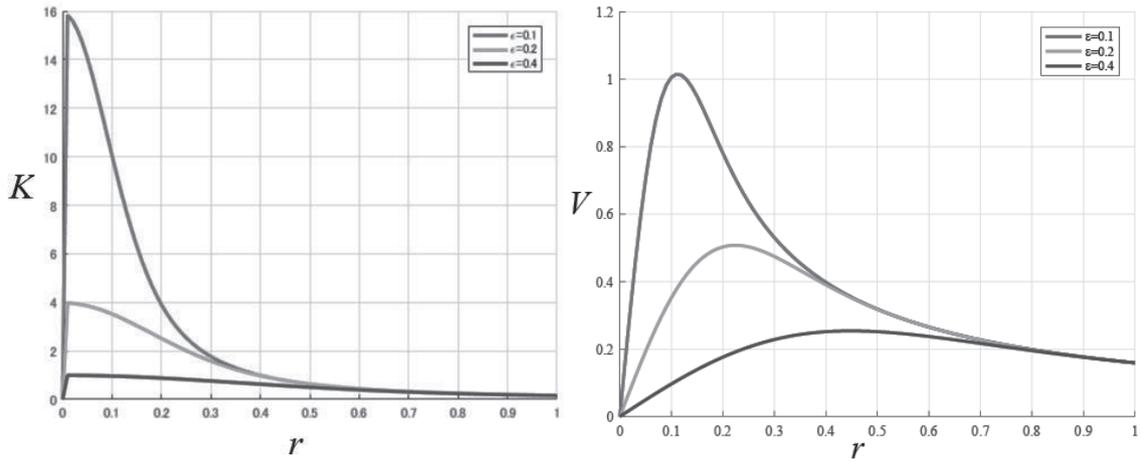
$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (4)$$

点渦の強さを ω とした時、それによる評価点における速度は、以下のように求められる。

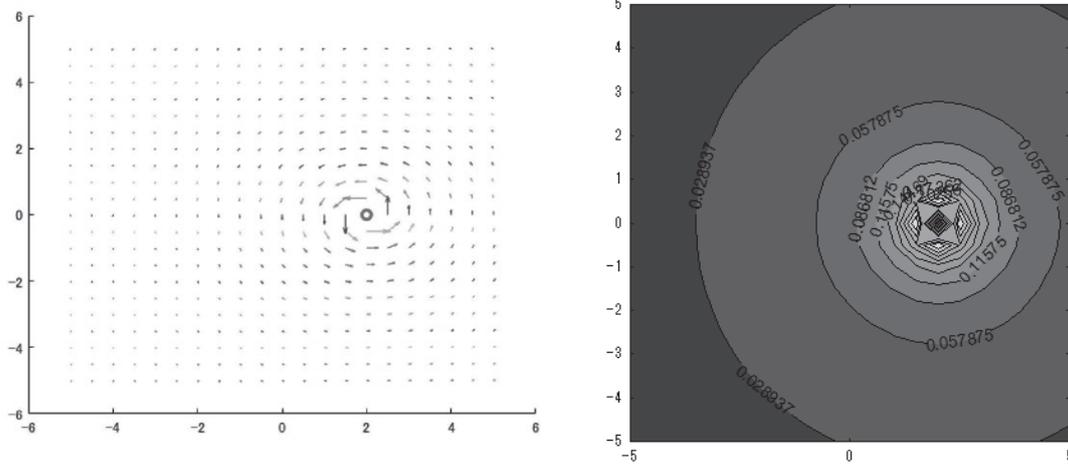
$$\begin{aligned} u &= -(y - y_0)\omega K \\ v &= (x - x_0)\omega K \end{aligned} \quad (5)$$

図2には、点渦の半径を0.1, 0.2, 0.3とした場合、その中心からの距離 r と速度ポテンシャル K の関係を表している。図2(a)から分かるように、点渦の中心においては、速度ポテンシャル K がゼロとなるが、少し離れたところに最大値となり、それ以降に急激的に減っていく。また、図2(b)には点渦による速度の大きさ V を表している。点渦の半径には、 V が最大値となる。以下の例題でも、渦法の適用性と実装を目的としているので、各値に単位を付けないことにする。

図3には、 $(2, 0)$ に位置する点渦による速度ベクトルの分布(a)およびその大きさの等高線(b)を示している。この場合の点渦の半径を0.1とし、強さを1.0としている。図2に示している速度ポテンシャルからも分かるように、点渦の中心より遠いところの速度が小さくなる。また、正の渦度によ



(a) 速度ポテンシャル K (b) 速度の大きさ V
 図2. 点渦の半径・中心からの距離と速度ポテンシャル・速度との関係



(a) 速度ベクトルの分布 (b) 速度の等高線
 図3. 一つの点渦($N=1$)による周りの速度分布

る速度場は反時計まわりとなる。

N 個の点渦が存在するとき、ある評価点 (x_i, y_i) において、すべての点渦による速度 (u_i^b, v_i^b) は各点渦 j によるものの線形和で計算できる。

$$\begin{aligned} u_i^b &= -\sum_{j=1}^N (y_i - y_j) \omega_j K_{ij} \\ v_i^b &= \sum_{j=1}^N (x_i - x_j) \omega_j K_{ij} \end{aligned} \quad (6)$$

図4には、同じ強さ $(\omega_j=1.0)$ をもつ複数の点渦($N = 2, 3, 4$)による速度ベクトルの分布を示している。点渦の間の領域においては、相殺効果によりその速度が低くなっている。

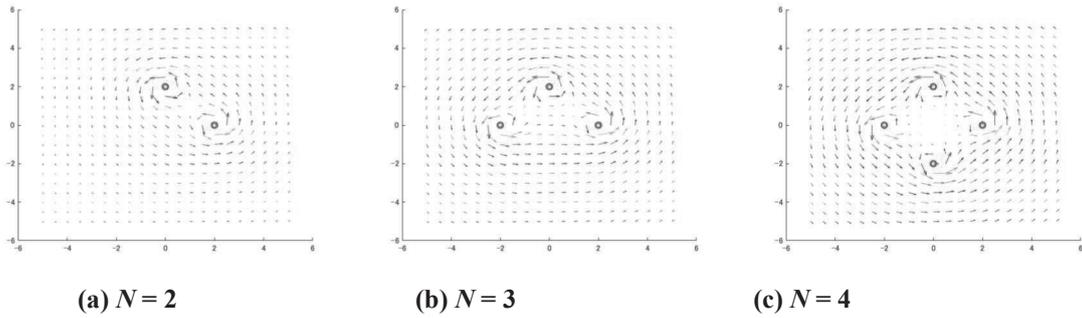


図4. 複数の点渦による周りの速度分布

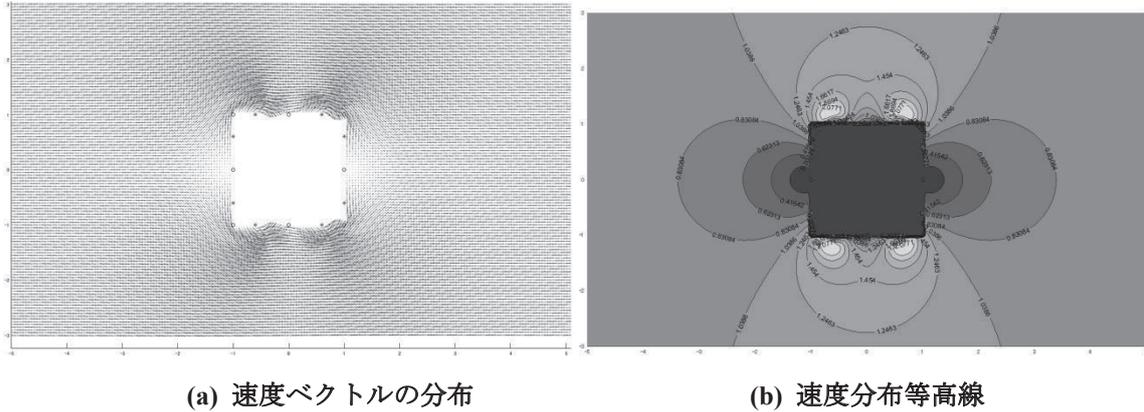


図5. 一様流における直角四辺形周りの定常流

2.3 点渦と境界条件

従来の計算流体力学手法においては、境界条件の設定が難しいが、渦法には境界に渦点を置くだけなので、その設定は非常に簡単に設定できる。これは、従来手法と比べて、渦法の優れているところでもある。

一般的に、流れの中にある建物の表面においては、その法線および切線方向の流速はともにゼロになる。境界(建物の表面)において N 個の点渦が配置され、更に \bar{N} 個の評価点が定義されたとする。境界にある点渦を含むすべての点渦により、境界にある評価点においては、法線および切線方向の流速がゼロとなる。すなわち、その x 方向および y 方向の成分の総和もゼロとなる。

$$\begin{aligned} \bar{u}_i &= 0 \\ \bar{v}_i &= 0, \quad (i = 1, 2, \dots, \bar{N}) \end{aligned} \quad (7)$$

点渦の強さ ω_j ($j=1, 2, \dots, N$)は未知数であるが、境界にある評価点における下記の条件式によって同定できる。

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{u}^f = \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (8)$$

ここで、係数行列 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\bar{N} \times N}$ の成分 A_{ij} は、 i 番目の評価点における j 番目の点渦による速度成分である。また、 \mathbf{u}^f は各評価点において一様流 (u_0, v_0) に対応する速度ベクトルであり、奇数の成分は $u_{2i-1}^f = u_0$ で、偶数の成分は $u_{2i}^f = v_0$ である。式(8)によると、未知数である各点渦の強さベクトルは以下のように求めることができる。

$$\boldsymbol{\omega} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}^f \quad (9)$$

ここで、 \mathbf{A}^{-1} は行列 \mathbf{A} の一般逆行列を表している。 $2\bar{N}$ は未知数の数 N よりも大きい場合には、式(9)は式(8)の最小二乗解となる。

図5には速度が $(u_0, v_0) = (1.0, 0.0)$ である一様流の中に、 2.0×2.0 の直角四辺形を置いている。図の中では、青い円は評価点の位置、赤いスターは点渦の位置を示している。一様流には、各点における流れの回転がないため、渦度がゼロとなる。しかし、流れの中に障害物を置くことによって、障害物周辺に流れの回転が生じる。また、この例では、点渦の運動や流体の粘性による影響を考慮していないため、流速の分布は対称となっている。

正面と背面の中央に近づけるほど、速度がゼロとなる境界条件により、その速度がゼロに近くなる。四辺形の隅には、流れの速度が一様流の流速よりも速くなっており、流れの剥離が生じている。また、上下辺の中央付近では、再付着が発生している。

3. 渦法による非定常流シミュレーション

第2節には、渦法に基づいて非粘性・非圧縮の定常流シミュレーションについて説明した。実際の流体では、粘性が存在することにより、境界表面における切線方向の速度がゼロから流れ本体の速度へ加速するため、境界表面に薄い境界層が存在する。既存研究では、渦法において乱流モデルを取り入れることもある。本研究では、ランダム・ウォークによる分子のブラウン運動、そして粘性効果をシミュレーションする。

3.1 ランダム・ウォーク

ある点 (x_i, y_i) の速度 (u_i, v_i) は、各点渦による求められた速度の線形和 (u_i^b, v_i^b) プラス一様流の流速 (u^f, v^f) である。

$$\begin{aligned} u_j &= u_i^b + u^f \\ v_j &= v_i^b + v^f \end{aligned} \quad (10)$$

ランダム・ウォークとは、上記の式(10)にランダムな十分小さい値 δ_1 および δ_2 を付けて、流れの乱れを近似的に表現する。

$$\begin{aligned} u_j &= u_i^b + u^f + \delta_1 \\ v_j &= v_i^b + v^f + \delta_2 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 δ_1 および δ_2 のオーダーは解析用の時刻刻み Δt およびレイノルズ数 Re と以下の関係をもつ。

$$\delta_1, \delta_2 \sim 2\Delta t / Re \quad (12)$$

レイノルズ数 Re は、流体力学において慣性力と粘性力との比で定義される無次元数である。式(12)によると、レイノルズ数が大きければ慣性力に比べて粘性力が小さいので、ランダム・ウォークにおいて δ_1 と δ_2 で表す流れの乱れも小さいであることを意味する。

3.2 点渦の運動

時刻 t における点渦 j の位置を (x_j^t, y_j^t) で表す。時刻 $t+\Delta t$ には速度 (u_j^t, v_j^t) により $(x_j^{t+\Delta t}, y_j^{t+\Delta t})$ に移動する。

$$\begin{aligned} x_j^{t+\Delta t} &= x_j^t + u_j^t \Delta t \\ y_j^{t+\Delta t} &= y_j^t + v_j^t \Delta t \end{aligned} \quad (13)$$

点渦が建物の境界以内に移動した場合、該当の点渦を削除する。したがって、計算ステップごとに最大 N 個の点渦が新しく生成される。計算ステップ数が増やせば、計算領域内の点渦の数が(最悪の場合)線形的に増える。また、評価点における速度の計算はすべての点渦による影響を計上する

必要があるため、点渦の数の増加により計算量が爆発的に増える恐れがある。これは、渦法のデメリットの一つでもある。

しかし、点渦の運動およびそれによる速度分布の計算には、Navier-Stokes方程式にあるように速度と圧力の連成項がないため、各計算ステップにおいては連成方程式を解くための繰り返し計算が不要である。

3.3 円周りの非定常流れ

この節には、図6にある一様流における円まわりの非定常流れのシミュレーションを行い、その結果について考察する。この円形の半分モデルは曲面軽量大スパンの代表であるドームとして想定することもできる。

x の正方向に速度の大きさ1.0の一様流($u^f, v^f = (1.0, 0.0)$)を考える。(0, 0)のところに半径が1.0の円形を置く。計算領域については、 x 方向に[-5.0, 10.0]と y 方向に[-5.0, 5.0]の直角四辺形の領域とする。時間刻みを0.2とする。また、レイノルズ数を 10^5 としたため、ランダム・ウォークのオーダーが 10^{-6} となる。

赤い円は境界(円の周長)にある点渦を表し、併せて20個がある。各点渦の半径を0.1とする。境界上の点渦の間に青いスターで表す20個の境界条件評価点を設けている。境界上以外の点渦を青い四角形で表す。

各境界条件評価点において、その法線方向および接線方向の速度がゼロである。この条件によって、各点渦の強さを式(9)によって同定し、さらに各点渦の速度を式(11)によって計算し、その運動を式(13)によって追跡する。

代表的ステップにおける点渦の運動は図7に示している。最初の段階(150ステップぐらいまで)においては、境界から生成された点渦の数が増えるため、計算コストが上がる一方にある。それ以降、計算領域の外側に出た点渦と境界から新しく生成された点渦の数がほぼ等しくなるため、計算領域の内部にある点渦の数はほぼ変わらない。そのため、この段階の各ステップの計算コストは横

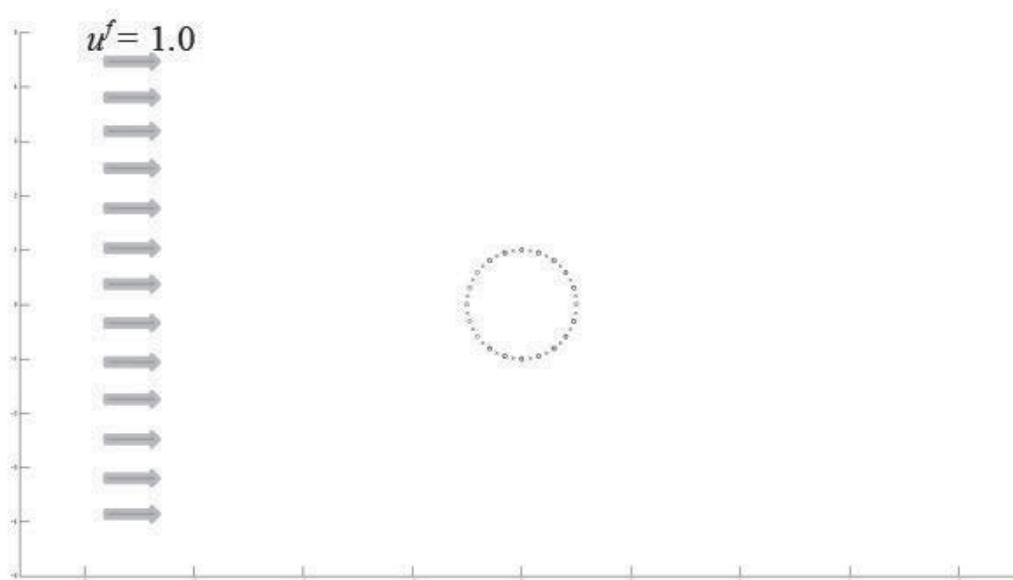


図6. 円周りの流れに関する初期設定

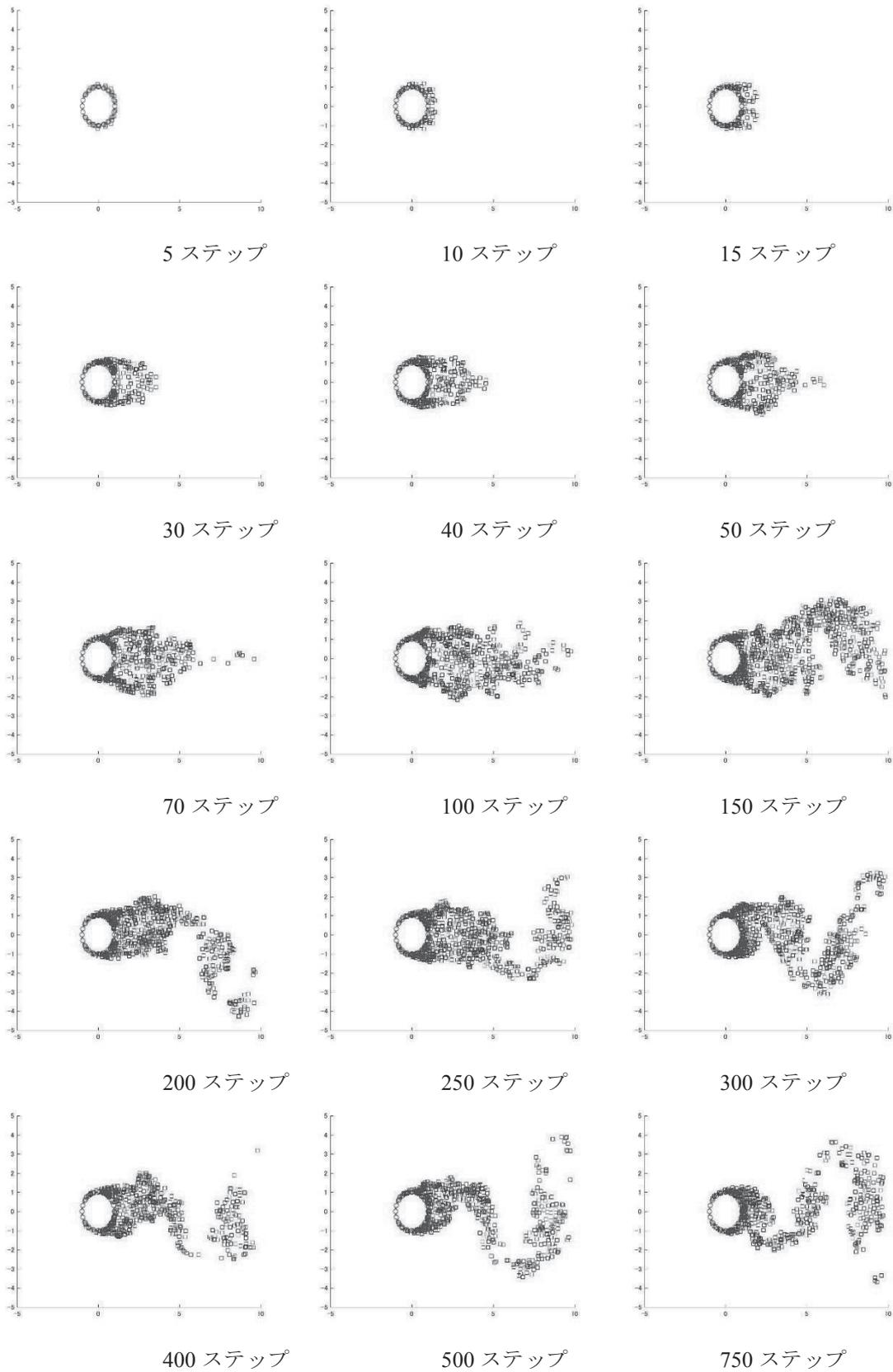


図7. 円周りの非定常流シミュレーション

ばいとなる。

図7から分かるように、上下の頂点を越えたところで流れの剥離が発生する。また、ランダム・ウォークに基づいた乱流によって、剥離が発生する位置が変動し、後流においては大きく振動する様子が見て取れる。これは、実現象とよく対応しているが、実験データとの詳細比較は今後の課題となる。

4. 結論

渦法は、乱流をシミュレーションする計算流体力学法の一つである。メッシュの生成が不要であるため、計算の前処理が非常にやりやすくなるとともに、構造物が大変形を起こる際に、従来方法において高い計算コストを占めるメッシュの再生成も不要である。そのため、本研究では、軽量大スパン構造の大変形を追跡し、それにかかる動的風荷重を評価するために、渦法を採用した。本研究は、以上の長期的目標を達成するための初歩的研究として位置づけられる。

本研究では、まずは渦法に関する基礎的理論について整理を行った。また、直角四辺形周りの定常流および円形周りの非定常流のシミュレーションによって、渦法が流線型構造物(円形)とそうではない構造物(直角四辺形)周りの流れを解析できることを定性的に検証できた。しかし、シミュレーションの精度に関する定量的評価は、今後の課題となる。

また、点渦の分布およびその強さから、計算領域における速度分布を簡単に求めることができるが、速度から圧力を一意的に求めることは、今後の課題の一つとなる。

参考文献

1. 坂上貴之、渦運動の数理的諸相 (連携する数学 2)、北海道大学数学連携研究センター (編集)、共立出版社、2013
2. 亀本喬司、渦法から DES へ：次世代の CFD を担って、(特集)渦法、流れ (MSME)、2002.9 月号
3. 井沢精一郎、木谷勝、渦法における乱流モデル、日本機械学会論文集, 65-630, B(1999), 581-589.
4. G.H. Cottet and P.D. Koumoutsakos. Vortex Methods. Theory and Practice. Cambridge University Press, 2000.
5. A. Gharakhani and M.J. Stock. 3-D vortex simulation of flow over a circular disk at an angle of attack. In Proceedings of the 17th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Toronto, Ontario Canada, June 2005.
6. L.F. Greengard and R. Vladimir. A fast algorithm for particle simulations. Journal of Computational Physics, 73(2):325-348, 1987.
7. D.J. Griffiths. Introduction to Electrodynamics. Prentice Hall, 3rd edition, 1999.
8. A.J. Chorin. Numerical study of slightly viscous flow. Journal of fluid mechanics. 57(04):785-96, 1973.
9. D.G. Long. Convergence of the random vortex method in two dimensions. Journal of the American Mathematical Society. 1988;1(4):779-804.