

〈一般研究課題〉 1ビットOFDM受信機的非線形性解析と  
確率共鳴受信機の開発

助成研究者 豊橋技術科学大学 小松 和暉



## 1ビットOFDM受信機的非線形性解析と 確率共鳴受信機の開発

小松 和暉  
(豊橋技術科学大学)

### Theoretical Nonlinearity Analysis of One-Bit OFDM Receivers with Stochastic Resonance Effect

Kazuki Komatsu  
(Toyohashi University of Technology)

#### Abstract :

In communication systems using one-bit quantizers, a phenomenon called dithering or stochastic resonance, which can suppress quantization errors by adding noise to the desired signal, has been reported. Regarding this phenomenon, theoretical and experimental studies have been reported for single-carrier signals, and also experimental studies have been reported for multi-carrier signals such as orthogonal frequency division multiplexing (OFDM). In this report, we extend the study target to general memoryless nonlinear functions by using the two-dimensional Fourier-Laguerre series expansion, and theoretically analyze the characteristics of the nonlinear element for the input signal of the weak stationary process in which the complex envelope has the complex normal distribution. As a result of theoretical analysis, it is shown that arbitrary memoryless nonlinearity except for the mirror image component can be relaxed by adding wide-band noise to the desired signal. In addition, taking an OFDM receiver using one-bit quantizers as an example, we compare the theoretical analysis with the simulation from the viewpoint of power spectral density and bit error rate, and show that the derived theoretical analysis results are valid.

#### 1. はじめに

一般的には雑音はシステムの性能を劣化させる要因であるが、特定の状況においては雑音を印加

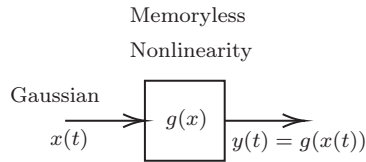


図1 一般化した無記憶非線形モデル

することでシステムの性能が改善される現象が発生する。この現象の代表例としてディザリングや雑音共鳴現象があり、通信においてもこれらの現象を応用する研究が行われている[1]。特に、1ビットの量子化器を利用した低消費電力受信機において、確率共鳴現象を利用した信号の復調法について研究が進んでいる[2][3]。このような確率共鳴現象を利用した復調法では、入力に印加する雑音がある程度のほどよい電力であるときに最も復調性能が高くなるという、線形システムでは考えられない特殊な現象が発生する。しかし、どのようなシステムにおいて確率共鳴現象が発生するのか、もしくは発生する確率共鳴現象がどのような振る舞いになるのかについて、通信における一般化された理論は考えられていない。

本研究では任意の無記憶非線形素子を解析対象とし、複素正規分布する入力信号に雑音を印加したときの振る舞いを理論解析する。本研究の理論解析で用いる2次元フーリエ・ラゲール級数展開は、非線形素子の伝達関数を正規直交関数で展開し、その係数を用いて非線形素子からの出力に含まれる非線形歪みの電力や電力スペクトル密度を解析できる。理論解析の結果、入力に雑音を印加することでI/Qインバランスなどによって生じるミラーイメージ成分を除くあらゆる非線形歪みを緩和できることを示す。さらに、導出した解析結果を1ビットの量子化器に適用することで、1ビットの量子化器を用いるOFDM受信機のビット誤り率を理論解析する。電力スペクトル密度とビット誤り率の観点から理論解析結果とシミュレーション結果を比較することで、本報告による理論解析が正しいことを示す。

## 2. 2次元フーリエ・ラゲール級数展開

本節では図に示すような一般化した無記憶非線形モデルを理論解析するための2次元フーリエ・ラゲール級数展開[4]について説明する。なお、非線形関数 $g(x)$ は増幅器のようなAM-AM/PM非線形のみならず、PM-AM/PM非線形性を含めたより広い関数である。ここで、理論解析したい出力信号 $y(t)$ は次式となる。

$$y(t) = g(x(t))$$

ただし、 $g(x(t))$ に関する制約として、 $\mathbb{E}[|g(x(t))|^2] < \infty$  であるとする。入力信号 $x(t)$ の平均と分散をそれぞれ $\mu_x$ 及び $\sigma_x^2$ とすると、 $x'(t) = (x(t) - \mu_x)/\sigma_x$ という新しい平均0かつ分散1の入力信号 $x'(t) \sim \mathcal{CN}(0,1)$ と非線形関数 $g'(x) = g(\sigma_x x + \mu_x \sigma_x)$ を定義し、それについて解析を進めることができる。従って、一般性を損なわないため以下の説明においては $x(t)$ を $\mathcal{CN}(0,1)$ に従う信号とする。

### 2.1 本報告で対象とする一般化した無記憶非線形モデル

2次元フーリエ・ラゲール級数展開は次式で定義される正規直交関数 $\psi_{p,q}(x)$ の性質を利用する。ただし、 $L_n^\alpha(z)$ はラゲール陪多項式である。

$$\begin{aligned}\psi_{p,q}(x) &= (-1)^q \sqrt{\frac{q!}{p!}} x^{p-q} L_q^{p-q}(|x|^2) \\ &= (-1)^p \sqrt{\frac{p!}{q!}} x^{q-p} L_p^{q-p}(|x|^2) \\ L_n^\alpha(z) &= \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{n+\alpha}{n-i} \frac{z^i}{i!}\end{aligned}$$

この正規直交関数 $\psi_{p,q}(x)$ は、複素正規分布する弱定常過程信号 $x(t)$ に関して、任意の遅延時間 $\tau$ と四つの非負の整数 $p_1, p_2, q_1, q_2$ で次式のような直交性を持つ。

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\psi_{p_1, q_1}^*(x(t)) \psi_{p_2, q_2}(x(t+\tau))] \\ = \delta_{p_1 p_2} \delta_{q_1 q_2} (R_{xx}(\tau))^{p_1} (R_{xx}^*(\tau))^{q_1}\end{aligned}$$

ただし、 $R_{xx}(\tau)$ は入力信号 $x(t)$ の自己相関関数 $R_{xx}(\tau) = \mathbb{E}[x^*(t)x(t+\tau)]$ である。特に $R_{xx}(0) = \mathbb{E}[|x(t)|^2] = 1$ のため、 $\tau=0$ においてこの関数 $\psi_{p,q}(x)$ が正規直交になることを示している。正規直交性を利用することで、非線形関数 $g(x)$ に対して次式の一般フーリエ級数を与えることができる。

$$y(t) = g(x(t)) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} G_{p,q} \psi_{p,q}(x(t))$$

ただし、このときの係数 $G_{p,q}$ は次式で与えられる。

$$G_{p,q} = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{C}} f(x) \psi_{p,q}^*(x) e^{-|x|^2} dx$$

本報告では、このような展開を2次元フーリエ・ラゲール級数展開と呼ぶ。正規直交関数 $\psi_{p,q}(x)$ の直交性から展開された受信信号 $y(t)$ の自己相関関数 $R_{yy}(\tau)$ は次式となる。

$$R_{yy}(\tau) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} |G_{p,q}|^2 (R_{xx}(\tau))^p (R_{xx}^*(\tau))^q$$

さらに、上式の両辺をフーリエ変換することで、出力信号 $y(t)$ の電力スペクトル密度 $|Y(f)|^2$ が次式になることがわかる。

$$|Y(f)|^2 = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} |G_{p,q}|^2 (|X(f)|^2)^{*(p,q)}$$

ただし、 $|X(f)|^2$ は入力信号 $x(t)$ の電力スペクトル密度であり、 $(|X(f)|^2)^{*(p,q)}$ は次式で定義される $(p, q)$ 次の非線形歪み信号の電力スペクトル密度である。

$$\begin{aligned}(|X(f)|^2)^{*(p,q)} &= \mathcal{F}[(R_{xx}(\tau))^p (R_{xx}^*(\tau))^q] \\ &= (|X(f)|^2)^{*p} * (|X(-f)|^2)^{*q}\end{aligned}$$

また、自己相関関数 $R_{yy}(\tau)$ に $\tau=0$ を代入することにより、2次元フーリエ・ラゲール級数展開に関して次式のパーセバルの定理が導出される。

$$\mathbb{E}[|y(t)|^2] = R_{yy}(0) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} |G_{p,q}|^2$$

2次元フーリエ・ラゲール級数展開において、最も重要な部分は係数 $G_{p,q}$ であり、この係数 $G_{p,q}$ は非線形関数 $g(x)$ の非線形特性を表している。物理的な観点から言えば、出力信号の自己相関関数や電力スペクトル密度は入力信号の自己相関関数 $R_{xx}(\tau)$ と係数 $G_{p,q}$ のみで決定される。また、 $|G_{p,q}|^2$ は出力信号に含まれる $(p, q)$ 次の非線形歪み信号の電力を表している。たとえば、線形成分の電力は

$|G_{1,0}|^2$ であり、I/Qミキサのインバランスなどによって発生するイメージ成分の電力は $|G_{0,1}|^2$ である。さらに、非線形関数 $g(x)$ が増幅器などのようにAM-AM/PM非線形性のみを有する場合には $G_{p,q}$ のうち $p-q \neq 1$ の成分は必ずゼロになり、 $|G_{2,1}|^2 + |G_{3,2}|^2 + |G_{4,3}|^2 + \dots$ の和が出力信号に含まれる全非線形成分の電力になる。

## 2.2 雑音による非線形性の緩和

前節と同じく、任意の無記憶非線形関数 $g(x)$ について議論をする。ただし、本節では入力信号 $x(t) \sim \mathcal{CN}(0,1)$ は次式のように所望信号 $u(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_u^2)$ と、それと独立な加法性白色ガウス雑音 (Additive White Gaussian Noise: AWGN)  $z(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_z^2)$ の和とする。

$$x(t) = \frac{u(t) + z(t)}{\sigma_u^2 + \sigma_z^2}$$

ただし、 $x(t)$ の分散を1に正規化しており、次式で定義される所望信号比 $\lambda_u$ を定義する。

$$\lambda_u = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_z^2} = (1 + \text{SNR}^{-1})^{-1}$$

ここで、信号対雑音電力比は $\text{SNR} = \sigma_u^2 / \sigma_z^2$ である。また、所望信号とAWGNについて $\tilde{R}_{uu}(\tau) = R_{uu}(\tau) / \sigma_u^2$ 及び $\tilde{R}_{zz}(\tau) = R_{zz}(\tau) / \sigma_z^2$ という正規化自己相関関数を導入する。これらの正規化自己相関関数について $\tilde{R}_{uu}(0) = 1$ 及び $\tilde{R}_{zz}(0) = 1$ が成立する。このとき、入力信号の自己相関関数は次式となる。

$$R_{xx}(\tau) = \lambda_u \tilde{R}_{uu}(\tau) + (1 - \lambda_u) \tilde{R}_{zz}(\tau)$$

この式を2次元フーリエ・ラゲール級数展開の自己相関関数に代入し、整理することで次式を得る。

$$\begin{aligned} R_{yy}(\tau) &= \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} |G_{p,q}|^2 \lambda_u^{p+q} (\tilde{R}_{uu}(\tau))^p (\tilde{R}_{uu}^*(\tau))^q \\ &\quad + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} |G_{p,q}|^2 (1 - \lambda_u^{p+q}) \tilde{R}^{(p,q)}(\tau) \end{aligned}$$

ただし、 $\tilde{R}^{(p,q)}(\tau)$ は $\tilde{R}^{(p,q)}(0) = 1$ であるような入力信号とAWGNの $(p, q)$ 次の混変調歪み成分の正規化自己相関関数であり、次式で定義される。

$$\begin{aligned} \tilde{R}^{(p,q)}(\tau) &= \frac{1}{1 - \lambda_u^{p+q}} [ (R_{xx}(\tau))^p (R_{xx}^*(\tau))^q \\ &\quad - \lambda_u^{p+q} (\tilde{R}_{uu}(\tau))^p (\tilde{R}_{uu}^*(\tau))^q ] \end{aligned}$$

また、 $\tilde{R}^{(p,q)}(\tau)$ のフーリエ変換によって得られる電力スペクトル密度はAWGNの帯域幅よりも大きくなる。ここで、離散時間系におけるサンプリングレートで決まる帯域幅を $W$ として、AWGNの帯域幅が $W$ に一致すると仮定する。また、離散系における折返しを考慮してフーリエ変換することで次式のように受信信号の電力スペクトル密度が得られる。

$$\begin{aligned} |Y(f)|^2 &= \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} |G_{p,q}|^2 \lambda_u^{p+q} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |Y_p(f + mf_s)|^2 \\ &\quad + \frac{1}{W} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} |G_{p,q}|^2 (1 - \lambda_u^{p+q}) \end{aligned}$$

ただし、 $|U(f)|^2$ を所望信号 $u(t)$ の電力スペクトル密度として、 $|Y_p(f)|^2 = (|U(f)|^2)^{*(p,0)}$ である。も

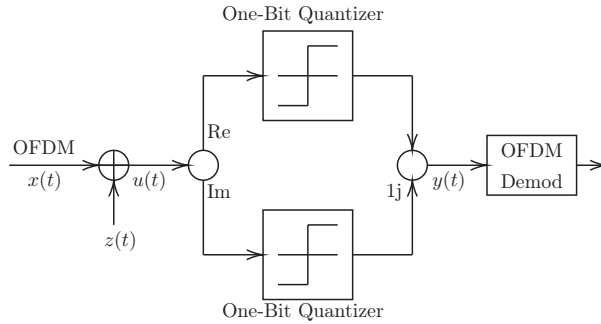


図2 1ビット量子化器を用いるOFDM受信機

し、AWGNとして熱雑音を仮定するならば、 $\sigma_z^2$ は熱雑音の電力スペクトル密度 $N_0$ を用いて $\sigma_z^2=N_0W$ となる。入力信号に含まれる所望信号の電力 $\sigma_u^2$ を一定に保ちつつ、AWGNの帯域幅 $W \rightarrow \infty$ の極限を考える。この極限では $\lambda_u \rightarrow 0$ となり、 $(p, q)$ 次の非線形歪み成分は $O(1/W^{p+q})$ で減衰することがわかる。所望信号の線形成分である $(1, 0)$ 成分も $O(1/W)$ で減衰するが、雑音成分の項の電力スペクトル密度も $O(1/W)$ で減衰する。結果として、 $W \rightarrow \infty$ の極限では出力に現れる高次の非線形歪み成分が線形成分や雑音成分よりも急速に減衰し、非線形関数 $g(x)$ が線形化される。注意として、I/Qインバランスなどにより生じる $(0, 1)$ 成分であるミラーイメージについては所望信号の線形成分と同じく $O(1/W)$ で減衰するため、雑音による緩和はできない。そのため、 $(0, 1)$ 成分が最も支配的になるような非線形関数 $g(x)$ に対しては、雑音による緩和効果は期待できない。

### 3. 量子化ビット数が1ビットOFDM受信機と雑音による非線形歪み緩和効果

雑音による非線形歪み緩和効果が期待できる「 $|G_{p,q}|^2$ が入力バックオフ $A$ に対して $O(1/A^{p+q})$ よりも遅く減衰する」ようなシステムの極端な例として、図1に示す1ビット量子化器を用いたOFDM受信機がある。本節ではこの受信機に前節までで導出した理論式を適用し、シミュレーション結果と理論結果を比較することで、導出した理論式が正しいことを示す。これにより1ビット量子化器において生じる確率共鳴現象が、前節で説明した雑音による非線形性の緩和に由来することも示す。

#### 3.1 理論解析

1ビット量子化器の入出力特性 $Q(x)$ は次の通りである。

$$Q(x) = \begin{cases} 1, & \text{for } x \geq 0 \\ -1, & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

本報告では、等価低域系信号を仮定するため、実部と虚部にそれぞれ1ビット量子化器を与える。よって、1ビット量子化器を用いる受信機の入出力特性は以下ようになる。

$$g_{1\text{bit}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(Q(\text{Re}[x]) + jQ(\text{Im}[x]))$$

$$= \begin{cases} +\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{for } 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} + j\frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{for } \frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{for } \pi \leq \theta < \frac{3\pi}{2} \\ +\frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{for } \frac{3\pi}{2} \leq \theta < 2\pi \end{cases}$$

ただし、 $\theta$  は入力信号 $x$ の偏角である。このように、1ビット量子化器を用いる受信機の入出力特性 $g(x)$ は入力信号の電力には依存しない。つまり、どれだけ入力信号の電力を小さくしても、 $|G_{p,q}|^2$ は変化せず一定である。よって、入力バックオフを大きくすることで信号対歪み電力比SDRを改善することはできないが、雑音を印加することで非線形歪みを緩和しSDRを改善できる。

前節と同様に、1ビット量子化器を用いる受信機への入力信号 $x(t)$ を所望信号 $u(t)$ と白色ガウス雑音 $z(t)$ の和とする。1ビット量子化器を用いる受信機における係数 $G_{p,q}$ は次式となる。ただし、詳細な導出過程は紙面の都合上省略する。

$$G_{p,q} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}(-1)^q}{\pi\sqrt{p!q!}} \Gamma\left(\frac{p+q}{2}\right), & \text{for } p-q \equiv 1 \pmod{4} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

この式を観察しても、係数 $G_{p,q}$ は入力信号の電力などバックオフに影響されないことがわかる。また、 $g_{1\text{bit}}(x)$ は次のように二次元フーリエ・ラゲール級数展開できる。

$$g_{1\text{bit}}(x) = \sum_{p-q \equiv 1 \pmod{4}} \frac{\sqrt{2}(-1)^q}{\pi\sqrt{p!q!}} \Gamma\left(\frac{p+q}{2}\right) \psi_{p,q}(x)$$

ここで、入力信号の電力スペクトル密度 $|X(f)|^2$ について $|X(f)|^2 = |X(-f)|^2$ が成立すると仮定する。このとき、出力信号の電力スペクトル密度はベータ関数 $B(\cdot, \cdot)$ を用いて次式のように記述できる。

$$|Y(f)|^2 = \sum_{P=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2^P}{\pi^2 P} B\left(\frac{P}{2}, \frac{P}{2}\right) (|X(f)|^2)^{\star(P,0)}$$

AWGNの帯域幅と離散系におけるサンプリングレートを $W=f_s$ とすると次式を得る。

$$|Y(f)|^2 = \sum_{P=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2^P \lambda_u^P}{\pi^2 P} B\left(\frac{P}{2}, \frac{P}{2}\right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} |Y_P(f + mf_s)|^2$$

$$+ \frac{1}{W} \sum_{P=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2^P (1 - \lambda_u^P)}{\pi^2 P} B\left(\frac{P}{2}, \frac{P}{2}\right)$$

このとき、ビット誤り率は次式で解析できる。

$$\text{BER} = \int_{-1/2}^{1/2} P_b \left( \frac{|\hat{U}(f)|^2}{|\hat{D}(f)|^2 + |\hat{Z}(f)|^2} \right) df$$

ここで、 $P_b(\gamma)$ は信号対雑音電力比が $\gamma$ のときの1次変調のビット誤り率であり、 $|\hat{U}(f)|^2$ 、 $|\hat{D}(f)|^2$ 及び $|\hat{N}(f)|^2$ はそれぞれ出力に現れる所望信号、非線形歪み及び出力に現れる広帯域雑音の電力スペクトル密度を表す。



### 3.2 シミュレーション結果との比較

所望信号としてOFDM信号を仮定し，前項で導出した理論式とシミュレーション結果を比較することで，理論式が正しいことを示す．特に，本報告では電力スペクトル密度とビット誤り率を両者で比較する．OFDMの帯域幅を1として正規化し，サンプリングレート $f_s$ とOFDMの帯域幅の比であるオーバーサンプリング率を $N_{os}$ とする．このとき，入力信号に加えるAWGN  $z(t)$ の帯域幅は $W=f_s=N_{os}$ となる．また，CP-OFDM信号のシンボル区間に同期して離散フーリエ変換したとき， $(p, q)$ 次の歪み信号の電力スペクトル密度は以下のように与えられる．ただし， $(u)_+^n$ は $u>0$ のときに $(u)_+^n = u^n$ であり， $u \leq 0$ では $(u)_+^n = 0$ である．

$$|Y_{p+q}(f)|^2 = (|U(f)|^2)^{*(p,q)}$$

$$= \sum_{k=0}^{p+q} \frac{(-1)^k}{(p+q-1)!} \binom{p+q}{k} \left( |f| - k + \frac{p+q}{2} \right)_+^{p+q-1}$$

シミュレーションにおいてはOFDM信号のサブキャリア数を64とし，サブキャリアの1次変調をQPSK変調とする．QPSK変調におけるビット誤り率 $P_b(\gamma)$ は相補誤差関数 $\text{erfc}(\cdot)$ を用いて以下で与えられる．

$$P_b(\gamma) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{1}{2} \gamma} \right)$$

なお，シミュレーションにおいて誤り訂正符号は使用せず，理論解析においても考慮していない．

また，Bussgangの定理による解析結果を本報告での理論解析とシミュレーション結果と比較する．Bussgangの定理では，次式のように非線形関数 $g(x)$ からの出力信号を入力信号の線形成分 $G_{1,0}x$ と，それに無相関な成分 $d_g(x)$ に分けることができる．

$$g(x) = G_{1,0}x + d_g(x)$$

ここで， $\mathbb{E}[|x|^2] = 1$ のとき線形成分の電力は $|G_{1,0}|^2$ であり，無相関な成分 $d_g(x)$ の電力は $\mathbb{E}[|d_g(x)|^2] = \mathbb{E}[|g(x)|^2] - |G_{1,0}|^2$ である．Bussgangの定理では無相関な成分 $d_g(x)$ の電力スペクトル密度を決めることはできないが，本報告ではシステムの全帯域に均等に分布するとして解析する．

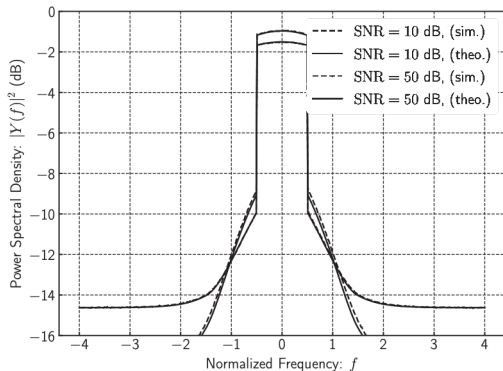


図3 1ビットOFDM受信機の出力の電力スペクトル密度

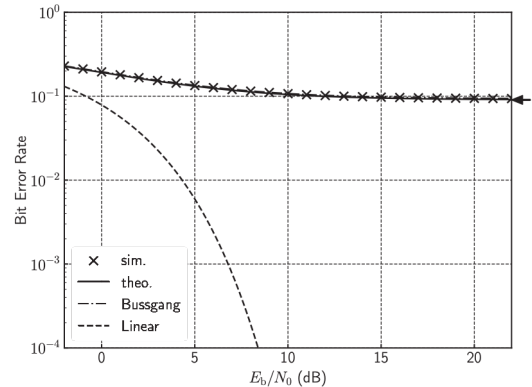


図4 オーバーサンプリング率1のときのビット誤り率特性

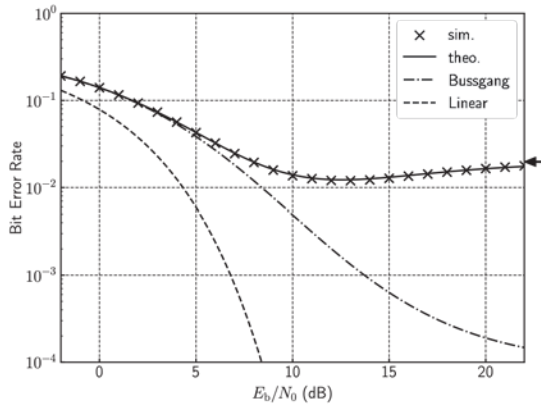


図5 オーバーサンプリング率8のときのビット誤り率特性

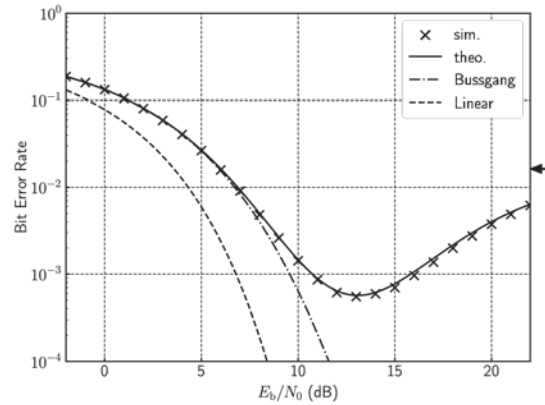


図6 オーバーサンプリング率32のときのビット誤り率特性

1ビット量子化器を用いる受信機における非線形性の緩和効果について、図3に電力スペクトル密度をシミュレーションと理論解析を比較した結果を示す。なお、Bussgangの定理は電力スペクトル密度を解析できないため除いている。図3より、本報告で導出された電力スペクトル密度の理論解析結果はシミュレーション結果とよく一致しており、本報告における理論解析が妥当であることを示している。また、SNR=50 dBにおいてシミュレーション結果より理論解析が小さな値になっている理由は、理論解析における打ち切りの誤差だと考えられる。

図4、図5及び図6に、それぞれオーバーサンプリング率 $N_{os}$ を1, 8, 32と変化させたときの1ビット量子化器を用いる受信機におけるOFDM信号のビット誤り率を示す。図4より信号帯域幅と印加雑音の帯域幅が等しいオーバーサンプリング率が1のときには、QPSK-OFDM信号の復調性能が著しく悪いことがわかる。一方で、図5及び図6のようにオーバーサンプリング率を増加させて印加雑音を広帯域にすることで、ある $E_b/N_0$ においてビット誤り率が最小値を取るような現象が発現する。また、図5及び図6で雑音を全く印加しない場合( $E_b/N_0 \rightarrow \infty$ )と比較すると、雑音を印加することでビット誤り率が低減されることがわかる。このような現象はこれまでの確率共鳴に関する他の研究と同様の現象であり、本報告の理論解析によって説明できることがわかる。

#### 4. まとめ

本報告では、複素正規分布する入力信号に広帯域の白色ガウス雑音を印加することで、任意の無記憶非線形性を緩和できること2次元フーリエ・ラゲル級数展開を用いて理論的に示した。さらに、1ビット量子化器を用いるOFDM受信機を例に挙げて、理論解析結果とシミュレーション結果を比較し、本報告の理論解析結果が妥当であることを示した。

#### 参考文献

- [1] 田所幸浩, 山里敬也, 田中宏哉, 荒井伸太郎, 中島康雄, 平岡真太郎, “確率共鳴現象の情報通信への応用を目指して,” 信学論文(B), vol.J102-B, no.6, pp.445–458, June 2019.
- [2] Y. Nakashima, T. Yamazato, S. Arai, H. Tanaka, and Y. Tadokoro, “Noise-aided demodulation with one-bit comparator for multilevel pulse-amplitude-modulated signals,” IEEE Wireless Commun. Lett., vol.7, no.5, pp.848–851, 2018.



- [3] 大田黒拓斗, 齋藤将人, 山里敬也, “広帯域雑音と 1bit ADCを用いた 16QAM-OFDM 信号受信実験,” 信学技報, vol.122, no.339, pp.1-8, March 2023.RCS2022-247.
- [4] 小松和暉, 宮路祐一, 上原秀幸, “非線形自己干渉キャンセラのための二次元正規直交ラゲール多項式を用いた理論的性能解析,” 信学技報, vol.119, no.90, pp.239-244, June. 2019. RCS2019-244.
- [5] C. Rapp, “Effects of HPA-nonlinearity on a 4-DPSK/OFDM-signal for a digital sound broadcasting system,” Proc. the Second European Conf. on Satellite Commun., pp.179-184, Oct. 1991.
- [6] zR. Raich and G.T. Zhou, “Orthogonal polynomials for complex Gaussian processes,” IEEE Trans. Signal Process., vol.52, no.10, pp.2788-2797, Oct. 2004.